CENTRALNA
KOMISJA
EGZAMINACYJNA

Rodzaj dokumentu:	**Zasady oceniania rozwiązań zadań**
Egzamin:	**Egzamin maturalny**
Przedmiot:	**Fizyka**
Poziom:	**Poziom rozszerzony**
Formy arkusza:	MFAP-R0-100, MFAP-R0-200, MFAP-R0-300, MFAP-R0-400, MFAP-R0-700, MFAP-R0-Q00, MFAP-R0-K00, MFAU-R0-100
Termin egzaminu:	23 maja 2024 r.
Data publikacji dokumentu	28 czerwca 2024 r.

Ogólne zasady oceniania arkuszy egzaminacyjnych z fizyki

1. Jeżeli zdający poprawnie rozwiązał zadanie (użył poprawnej metody, uwzględnił warunki zadania, otrzymał poprawny wynik) metodą, której nie uwzględniały zasady oceniania (chodzi o jakościowo inną metodę – np. użycie prawa / wzoru / twierdzenia / metody rachunkowej spoza podstawy programowej – a nie metodę równoważną tym w zasadach oceniania), to otrzymuje maksymalną liczbę punktów.
2. Jeżeli zdający poda w wyniku końcowym wartość wielkości fizycznej bez jednostki, to nie spełnia warunków określonych w zasadach oceniania na maksymalną liczbę punktów.
3. Ocenie podlegają te fragmenty pracy zdającego, które dotyczą polecenia.
4. Jeżeli na pewnym etapie rozwiązania zadania zdający podaje kilka sprzecznych ze sobą rozwiązań i nie wskazuje, które z nich należy uznać za poprawne, to może uzyskać punkty tylko za wcześniejsze poprawne etapy rozwiązania.
5. Jeżeli na pewnym etapie rozwiązania zadania zdający podaje kilka sprzecznych ze sobą rozwiązań i wskazuje, które z nich należy uznać za poprawne, to zapisów w innych rozwiązaniach nie bierze się pod uwagę w ocenianiu.
6. Jeżeli na dowolnym etapie rozwiązania zadania zdający popełnia błąd rachunkowych (albo błąd przepisania wartości z danych albo wcześniejszych etapów rozwiązania), ale stosuje poprawne metody rozwiązania i konsekwentnie doprowadza rozwiązanie zadania do końca, to ocenę rozwiązania obniża się o 1 punkt.
7. Jeżeli w poleceniu jest dyspozycja o zapisaniu wyniku zaokrąglonego do pewnej liczby cyfr znaczących, to oznacza, że wynik musi być podany w postaci rozwinięcia dziesiętnego liczby i z określonym w poleceniu zaokrągleniem. Jeżeli w zadaniu <u>z takim poleceniem</u> zdający przedstawia wynik w postaci ułamka zwykłego, lub w postaci z występującym π lub np. $\sqrt{2}$, albo podaje wynik ze zbyt dużą lub zbyt małą liczbą cyfr znaczących – to nie otrzymuje maksymalnej liczby punktów.
8. Wszelkie wzory / związki / zależności / relacje między wielkościami mogą być równoważnie zapisane za pomocą symboli lub za pomocą liczb, które to liczby są wartościami wielkości występujących w tych wzorach / związkach / zależnościach / relacjach.
9. Jeżeli w zasadach oceniania danego etapu rozwiązania wymienione jest, że zdający korzysta / uwzględnia / zapisuje dane związki / zależności / prawa / wzory, to mogą być one zapisane oddzielnie, albo nawet w jednym równaniu (o ile to możliwe).

Uwaga: Akceptowane są wszystkie odpowiedzi merytorycznie poprawne i spełniające warunki zadania.

Gdy wymaganie dotyczy treści szkoły podstawowej, dopisano (SP), a gdy zakresu podstawowego szkoły ponadpodstawowej – dopisano (P).

Zadanie 1.1. (0–1)

Wymagania egzaminacyjne 2024[1]	
Wymagania ogólne	**Wymagania szczegółowe**
IV. Posługiwanie się informacjami pochodzącymi z analizy materiałów źródłowych, w tym tekstów popularnonaukowych. I. Wykorzystanie pojęć i wielkości fizycznych do opisu zjawisk oraz wskazywanie ich przykładów w otaczającej rzeczywistości.	Zdający: I.7) wyodrębnia z […] wykresów […] informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska […]. II.5) […] interpretuje wykresy zależności parametrów ruchu od czasu; II.13) stosuje zasady dynamiki do opisu zachowania się ciał.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

Pełne rozwiązanie
B2

Zadanie 1.2. (0–3)

Wymagania egzaminacyjne 2024	
Wymagania ogólne	**Wymagania szczegółowe**
IV. Posługiwanie się informacjami pochodzącymi z analizy materiałów źródłowych, w tym tekstów popularnonaukowych. V. Budowanie modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk oraz ilustracji praw i zależności fizycznych.	Zdający: I.6) tworzy […] rysunki schematyczne lub blokowe dla zilustrowania zjawisk […]; I.7) wyodrębnia z […] wykresów […] informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska […]. II.5) […] interpretuje wykresy zależności parametrów ruchu od czasu; II.12) wyznacza graficznie siłę wypadkową […]; II.13) stosuje zasady dynamiki do opisu zachowania się ciał; II.17) opisuje opory ruchu […].

[1] Rozporządzenie Ministra Edukacji i Nauki z dnia 10 czerwca 2022 r. w sprawie wymagań egzaminacyjnych dla egzaminu maturalnego przeprowadzanego w roku szkolnym 2022/2023 i 2023/2024 (Dz.U. z 2022 r. poz. 1246).

Zasady oceniania

3 pkt – poprawne narysowanie na diagramie 1. siły oporu w chwili t_E o wartości równej 8 umownych jednostek i zwrocie w górę **oraz** poprawne narysowanie na diagramie 2. siły oporu w chwili t_B o wartości równej 2 umowne jednostki i zwrocie w górę.

2 pkt – poprawne narysowanie na diagramie 2. siły oporu w chwili t_B o wartości równej 2 umowne jednostki i zwrocie w górę

LUB

– poprawne narysowanie na diagramie 1. siły oporu w chwili t_E o wartości równej 8 umownych jednostek i zwrocie w górę **oraz** narysowanie na diagramie 2. siły oporu w chwili t_B o wartości mniejszej od wartości siły grawitacji (ale bez zachowania poprawnej wartości 2 jednostek) i zwrocie w górę.

1 pkt – poprawne narysowanie na diagramie 1. siły oporu w chwili t_E o wartości równej 8 umownych jednostek i zwrocie w górę

LUB

– narysowanie na diagramie 2. siły oporu w chwili t_B o wartości mniejszej od wartości siły grawitacji (ale bez zachowania poprawnej wartości 2 jednostek) i zwrocie w górę.

0 pkt – rozwiązanie niepoprawne albo brak rozwiązania.

Rozwiązanie

Diagram 1. ($t_E = 3{,}6$ s)

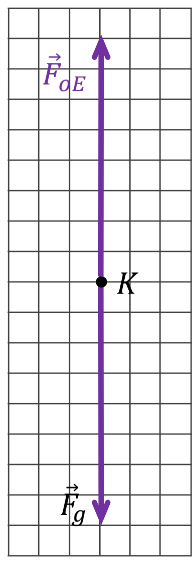
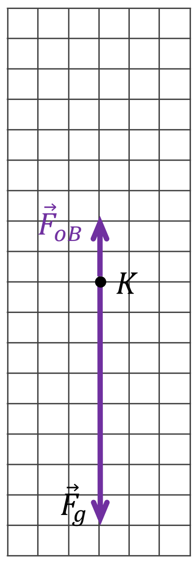


Diagram 2. ($t_B = 0{,}4$ s)



Komentarz do rysunku na diagramie 1.

Siła oporu ma zwrot przeciwny do prędkości oraz do siły grawitacji. Zgodnie z założeniem zadania, w chwili $t_E = 3{,}6$ s ruch kropli jest jednostajny prostoliniowy, zatem siła grawitacji równoważy siłę oporu, tzn. wartości tych sił są w tej chwili takie same, a zwroty przeciwne:

$$\vec{F}_g = -\vec{F}_{oE}$$

Powyższy fakt ilustrujemy na diagramie 1.

Komentarz do rysunku na diagramie 2.

Zapiszemy stosunek wartości siły oporu w chwili t_B i siły grawitacji oraz skorzystamy z faktu, że wartość siły grawitacji jest równa wartości siły oporu w chwili t_E:

$$\frac{F_{oB}}{F_g} = \frac{F_{oB}}{F_{oE}}$$

Następnie wykorzystamy fakt, że wartość siły oporu jest proporcjonalna do kwadratu prędkości kropli:

$$\frac{F_{oB}}{F_g} = \frac{F_{oB}}{F_{oE}} = \left(\frac{v_B}{v_E}\right)^2$$

Iloraz prędkości odczytujemy z wykresu:

$$\frac{F_{oB}}{F_g} = \left(\frac{3{,}5\ \mathrm{m/s}}{7{,}0\ \mathrm{m/s}}\right)^2 = \frac{1}{4}$$

Powyższy fakt ilustrujemy na diagramie 2., tzn. rysujemy wektor siły oporu o długości dwóch kratek (1/4 długości wektora siły grawitacji).

Zadanie 1.3. (0–4)

Wymagania egzaminacyjne 2024	
Wymagania ogólne	**Wymagania szczegółowe**
II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych. V. Budowanie modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk oraz ilustracji praw i zależności fizycznych.	Zdający: I.7) wyodrębnia z tekstów […] informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska bądź problemu; przedstawia te informacje w różnych postaciach; II.13) stosuje zasady dynamiki do opisu zachowania się ciał; II.17) opisuje opory ruchu […].

Zasady oceniania[2]

4 pkt – poprawna metoda wyznaczenia wartości prędkości kropli poprzez: g, ρ_p , ρ_w, R, k **oraz** zapisanie prawidłowej postaci wzoru końcowego w funkcji tych wielkości:

$$v_E = \sqrt{\frac{4\rho_w Rg}{3k\rho_p}}$$

3 pkt – zapisanie równości wynikającej z I zasady dynamiki dla ruchu jednostajnego prostoliniowego kropli **oraz** wykorzystanie/zapisanie wzoru na siłę grawitacji, **oraz** wykorzystanie wzoru na siłę oporu, **oraz** wykorzystanie/zapisanie związku między masą kropli a jej gęstością i objętością, **oraz** wykorzystanie/zapisanie związku między objętością kropli a jej promieniem,

$F_o = F_g$ oraz $F_g = mg$ oraz $F_o = k\rho_p S v_E^2$ oraz $m = \frac{4}{3}\pi R^3 \rho_w$

albo w jednym równaniu

$$k\rho_p S v_E^2 = \frac{4}{3}\pi R^3 \rho_w g$$

LUB

– zapisanie równości wynikającej z I zasady dynamiki dla ruchu jednostajnego prostoliniowego kropli **oraz** wykorzystanie/zapisanie wzoru na siłę grawitacji, **oraz** wykorzystanie wzoru na siłę oporu, **oraz** wykorzystanie/zapisanie związku między masą kropli a jej gęstością i objętością, **oraz** wykorzystanie/zapisanie związku między przekrojem poprzecznym S kropli a jej promieniem, np. zapisy równoważne poniższym:

$F_o = F_g$ oraz $F_g = mg$ oraz $F_o = k\rho_p \pi R^2 v_E^2$ oraz $m = V_{kropli}\rho_w$

albo w jednym równaniu

$$k\rho_p \pi R^2 v_E^2 = V_{kropli}\rho_w g$$

2 pkt – zapisanie równości wynikającej z I zasady dynamiki dla ruchu jednostajnego prostoliniowego kropli **oraz** wykorzystanie/zapisanie wzoru na siłę grawitacji, **oraz** wykorzystanie wzoru na siłę oporu, np. zapisy równoważne poniższym:

$F_o = F_g$ oraz $F_g = mg$ oraz $F_o = k\rho_p S v_E^2$

albo w jednym równaniu

$$k\rho_p S v_E^2 = mg$$

1 pkt – zapisanie równości wynikającej z I zasady dynamiki dla ruchu jednostajnego prostoliniowego kropli (lub przedstawienie graficzne albo słowne równości wartości sił grawitacji i oporu), np. zapisy równoważne poniższym:

$F_o = F_g$ lub $\vec{F}_g = -\vec{F}_{oE}$

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

[2] Pod opisem warunków za przyznanie punktów, w niektórych przypadkach podano przykładowe zapisy (lub przykładowe zapisy równoważne), które spełniają te warunki w minimalnym stopniu.

Przykładowe pełne rozwiązanie[3]
Skorzystamy z I zasady dynamiki. Gdy kropla opada ruchem jednostajnym prostoliniowym, to siła oporu równoważy siłę grawitacji:

$$1)\quad F_o = F_g$$

Wykorzystamy wzór na wartość siły oporu działającej na kroplę oraz na wartość siły grawitacji:

$$2)\quad k\rho_p S v_E^2 = mg$$

Wielkości: S, m wyrazimy w funkcji promienia kropli. W tym celu skorzystamy ze wzorów na pole koła, gęstość oraz objętość kuli:

$$3)\quad S = \pi R^2 \qquad 4)\quad m = V_{kropli}\rho_w \qquad 5)\quad V_{kropli} = \frac{4}{3}\pi R^3$$

Związki 3)–5) podstawimy do równania 2):

$$6)\quad k\rho_p \pi R^2 v_E^2 = \frac{4}{3}\pi R^3 \rho_w g \qquad \rightarrow \qquad 7)\quad v_E = \sqrt{\frac{4\rho_w R g}{3k\rho_p}}$$

Zadanie 2.1. (0–3)

Wymagania egzaminacyjne 2024	
Wymaganie ogólne	**Wymaganie szczegółowe**
II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.	Zdający: III.5) oblicza energię ruchu bryły sztywnej jako sumę energii kinetycznej ruchu postępowego środka masy i ruchu obrotowego wokół osi przechodzącej przez środek masy.

Zasady oceniania
3 pkt – poprawna metoda obliczenia ilorazu energii kinetycznej ruchu postępowego i energii kinetycznej całkowitej **oraz** podanie prawidłowego wyniku w postaci ułamka zwykłego: $\frac{E_{kin\,post}}{E_{kin\,calk}} = \frac{2}{3}$

Uwaga! Akceptuje się przedstawienie wyniku w postaci równoważnej: $\frac{E_{kin\,calk}}{E_{kin\,post}} = \frac{3}{2}$

2 pkt – zapisanie energii kinetycznej całkowitej jako sumy energii kinetycznej ruchu obrotowego i energii kinetycznej ruchu postępowego **oraz** wykorzystanie/zapisanie wzorów na oba rodzaje energii, **oraz** wykorzystanie/zapisanie związku między prędkością liniową i prędkością kątową, np. zapisy równoważne poniższym:

$$E_{kin\,calk} = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I_0\omega^2 \qquad \text{oraz} \qquad \omega = \frac{v}{R}$$

albo w jednym równaniu

$$E_{kin\,calk} = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I_0\left(\frac{v}{R}\right)^2$$

[3] Przykładowe rozwiązania mogą zawierać dodatkowe wyjaśnienia/komentarze, które nie podlegają ocenie. Wymagane elementy rozwiązania zdającego podlegające ocenie są wyszczególnione i opisane w kryteriach punktacji zasad oceniania.

1 pkt – zapisanie energii kinetycznej całkowitej jako sumy energii kinetycznej ruchu obrotowego i energii kinetycznej ruchu postępowego **oraz** wykorzystanie/zapisanie wzoru na jedną z tych energii:

$$E_{kin\,calk} = E_{kin\,post} + E_{kin\,obr} \quad \text{oraz} \quad \left(E_{kin\,post} = \frac{1}{2}mv^2 \quad \text{albo} \quad E_{kin\,obr} = \frac{1}{2}I_0\omega^2\right)$$

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązanie

Zapiszemy wzór na całkowitą energię kinetyczną walca i wykorzystamy wzory na energię kinetyczną ruchu postępowego oraz energię kinetyczną ruchu obrotowego walca:

$$E_{kin\,calk} = E_{kin\,post} + E_{kin\,obr} \qquad \rightarrow \qquad E_{kin\,calk} = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I_0\omega^2$$

Zastosujemy związek między prędkością liniową i prędkością kątową w przypadku toczenia się bez poślizgu oraz wzór na moment bezwładności walca:

$$E_{kin\,calk} = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}mR^2\left(\frac{v}{R}\right)^2 = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{4}mv^2 = \frac{3}{4}mv^2$$

Obliczymy iloraz energii kinetycznej ruchu postępowego i energii kinetycznej całkowitej:

$$\frac{E_{kin\,post}}{E_{kin\,calk}} = \frac{\frac{1}{2}mv^2}{\frac{3}{4}mv^2} = \frac{2}{3}$$

Zadanie 2.2. (0–3)

Wymagania egzaminacyjne 2024	
Wymagania ogólne	**Wymagania szczegółowe**
V. Budowanie modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk oraz ilustracji praw i zależności fizycznych. II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.	Zdający: III.2) stosuje pojęcie bryły sztywnej; opisuje ruch obrotowy bryły sztywnej wokół osi; III.4) stosuje zasady dynamiki dla ruchu obrotowego; posługuje się pojęciami przyspieszenia kątowego oraz momentu bezwładności jako wielkości zależnej od rozkładu mas, wraz z ich jednostkami; *LUB* II.20) […] stosuje zasadę zachowania energii mechanicznej do obliczeń. III.5) oblicza energię ruchu bryły sztywnej jako sumę energii kinetycznej ruchu postępowego środka masy i ruchu obrotowego wokół osi przechodzącej przez środek masy.

Zasady oceniania
(dla rozwiązania sposobem 1.)

3 pkt – poprawna metoda obliczenia wartości przyśpieszenia liniowego walca **oraz** podanie prawidłowego wyniku liczbowego z jednostką: $a = 2\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$

2 pkt – poprawne zapisanie równania ruchu wyrażającego II zasadę dynamiki dla ruchu postępowego walca **oraz** zapisanie równania ruchu wyrażającego II zasadę dynamiki dla ruchu obrotowego walca, **oraz** uwzględnienie wartości F i T sił $\vec{F}$, $\vec{T}$ w obu równaniach ruchu, **oraz** uwzględnienie związku między przyśpieszeniem liniowym a przyśpieszeniem kątowym walca, np. zapisy równoważne poniższym:

$ma = F - T$ oraz $I \cdot \frac{a}{R} = RT$

1 pkt – poprawne zapisanie równania ruchu wyrażającego II zasadę dynamiki dla ruchu postępowego walca **oraz** zapisanie równania ruchu wyrażającego II zasadę dynamiki dla ruchu obrotowego walca względem osi symetrii, **oraz** zapisanie wartości siły wypadkowej jako $F_w = F - T$ lub zapisanie wzoru na moment siły tarcia $M = RT$, np. zapisy równoważne poniższym:

$ma = F - T$ oraz $I\epsilon = M$

albo

$ma = F_w$ oraz $I\epsilon = RT$

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Zasady oceniania
(dla rozwiązania sposobem 2.)

3 pkt – poprawna metoda obliczenia wartości przyśpieszenia liniowego walca **oraz** podanie prawidłowego wyniku liczbowego z jednostką: $a = 2\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$

2 pkt – poprawne zapisanie równania ruchu (z uwzględnieniem siły $\vec{F}$) wyrażającego II zasadę dynamiki dla ruchu obrotowego walca względem chwilowej osi obrotu **oraz** uwzględnienie związku między przyśpieszeniem liniowym a przyśpieszeniem kątowym walca, **oraz** uwzględnienie związku między momentem bezwładności walca względem chwilowej osi obrotu a I_0, np. zapisy równoważne poniższym:

$I_{chw}\frac{a}{R} = RF$ oraz $I_{chw} = I_0 + mR^2$

1 pkt – poprawne zapisanie równania ruchu (z uwzględnieniem wzoru na moment siły) wyrażającego II zasadę dynamiki dla ruchu obrotowego walca względem chwilowej osi obrotu **oraz** uwzględnienie (np. poprzez oznaczenie), że moment bezwładności walca względem chwilowej osi obrotu jest różny od I_0, np. zapisy równoważne poniższym:

$I_{chw}\epsilon = RF$

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Zasady oceniania
(dla rozwiązania sposobem 3.)

3 pkt – poprawna metoda obliczenia wartości przyśpieszenia liniowego walca **oraz** podanie prawidłowego wyniku liczbowego z jednostką: $a = 2\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$

2 pkt – zapisanie równania wynikającego z twierdzenia o pracy mechanicznej całkowitej i zmianie energii kinetycznej całkowitej **oraz** zastosowanie/wykorzystanie wyrażenia na tę pracę całkowitą (równą pracy siły $\vec{F}$), **oraz** zastosowanie/wykorzystanie w tym równaniu wzorów na energię kinetyczną ruchu postępowego walca i energię kinetyczną ruchu obrotowego walca, **oraz** wykorzystanie związku między prędkością kątową i liniową (dla toczenia się bez poślizgu), np. zapisy równoważne poniższym:

$$Fs = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I_0\omega^2 \quad \text{oraz} \quad v = \omega R$$

albo w jednym równaniu

$$Fs = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I_0\frac{v^2}{R^2}$$

LUB

– zapisanie równania wynikającego z twierdzenia o pracy mechanicznej całkowitej i zmianie energii kinetycznej całkowitej **oraz** zastosowanie/wykorzystanie wyrażenia na tę pracę całkowitą (równą pracy siły $\vec{F}$), **oraz** zastosowanie/wykorzystanie w tym równaniu wzorów na energię kinetyczną ruchu postępowego walca i energię kinetyczną ruchu obrotowego walca, **oraz** wykorzystanie związku między przyśpieszeniem a drogą i prędkością w ruchu jednostajnie przyśpieszonym bez prędkości początkowej, np. zapisy równoważne poniższym:

$$Fs = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I_0\omega^2 \quad \text{oraz} \quad 2as = v^2$$

albo w jednym równaniu

$$F\frac{v^2}{2a} = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I_0\omega^2$$

1 pkt – zapisanie równania wynikającego z twierdzenia o pracy mechanicznej całkowitej i zmianie energii kinetycznej całkowitej **oraz** zastosowanie/wykorzystanie wyrażenia na tę pracę całkowitą (równą pracy siły $\vec{F}$), **oraz** wyodrębnienie w tym równaniu energii kinetycznych ruchu postępowego walca i energii kinetycznej ruchu obrotowego walca, np. zapisy równoważne poniższym:

$$Fs = \Delta E_{kin\,post} + \Delta E_{kin\,obr}$$

LUB

– zapisanie równania wynikającego z twierdzenia o pracy siły wypadkowej i zmianie energii kinetycznej ruchu postępowego **oraz** zapisanie równania wynikającego z twierdzenia o pracy wypadkowego momentu sił i zmianie energii kinetycznej ruchu obrotowego, **oraz** zapisanie/wykorzystanie wyrażeń definiujących pracę siły wypadkowej i pracę wypadkowego momentu siły, np. zapisy równoważne poniższym:

$$(F - T)s = \Delta E_{kin\,post} \quad \text{oraz} \quad RT \cdot \alpha = \Delta E_{kin\,obr}$$

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązania

Sposób 1. (zastosowanie zasad dynamiki)

Na walec w kierunku poziomym działają siły: siła tarcia statycznego $\vec{T}$ oraz siła $\vec{F}$. Siła tarcia statycznego ma niezerowy moment siły względem osi obrotu walca. Zapiszemy równania wynikające z II zasady dynamiki dla ruchu postępowego walca oraz dla ruchu obrotowego walca (względem osi symetrii):

$$\begin{cases} ma = F - T \\ I_0\epsilon = RT \end{cases}$$

Zastosujemy związek $a = \epsilon R$ między przyśpieszeniem liniowym a przyśpieszeniem kątowym w przypadku toczenia się bez poślizgu oraz wzór na moment bezwładności walca:

$$\begin{cases} ma = F - T \\ \frac{1}{2}mR^2\frac{a}{R} = RT \end{cases} \quad \rightarrow \quad \begin{cases} ma = F - T \\ \frac{1}{2}ma = T \end{cases}$$

Z powyższego układu równań wyznaczymy wartość przyśpieszenia liniowego walca:

$$ma = F - \frac{1}{2}ma \quad \rightarrow \quad \frac{3}{2}ma = F \quad \rightarrow \quad a = \frac{2}{3}\frac{F}{m}$$

Obliczymy wartość liczbową wartości przyśpieszenia liniowego walca:

$$a = \frac{2}{3}\cdot\frac{30\ \mathrm{N}}{10\ \mathrm{kg}} = 2\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$$

Sposób 2. (zastosowanie metody chwilowej osi obrotu)

Rozważmy obrót walca wokół chwilowej osi obrotu. Chwilowa oś obrotu zawiera odcinek styczności walca z podłożem w danej chwili. Moment siły tarcia statycznego względem tej osi obrotu jest równy zero (ponieważ ramię tej siły jest równe zero). Moment siły względem chwilowej osi obrotu powoduje siła $\vec{F}$, która jest przyłożona do środka masy walca. Ramię tej siły jest równe R. W tej metodzie rozważamy tylko ruch obrotowy. Zapiszemy równanie wynikające z II zasady dynamiki dla ruchu obrotowego walca względem chwilowej osi obrotu:

$$I_{chw}\epsilon = FR$$

Wyznaczymy wzór na moment bezwładności walca względem chwilowej osi obrotu (z twierdzenia Steinera):

$$I_{chw} = I_0 + mR^2 = \frac{1}{2}mR^2 + mR^2 = \frac{3}{2}mR^2$$

Zastosujemy związek $a = \epsilon R$ między przyśpieszeniem liniowym (w przypadku metody chwilowej osi obrotu jest to przyśpieszenie styczne do chwilowego toru ruchu punktu na środku walca) a przyśpieszeniem kątowym:

$$\frac{3}{2}mR^2\cdot\frac{a}{R} = FR$$

Z powyższego układu równań wyznaczymy wartość przyśpieszenia liniowego walca:

$$\frac{3}{2}ma = F \quad \rightarrow \quad a = \frac{2}{3}\frac{F}{m}$$

Obliczymy wartość liczbową wartości przyśpieszenia liniowego walca:

$$a = \frac{2}{3}\cdot\frac{30\ \mathrm{N}}{10\ \mathrm{kg}} = 2\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$$

Sposób 3. (zastosowanie twierdzenia o pracy sił i momentów sił)
Zapiszemy równanie wynikające z twierdzenia o pracy siły wypadkowej i zmianie energii kinetycznej ruchu postępowego:

$$1)\quad W_{F_w} = \Delta E_{kin\,post} \quad \rightarrow \quad 1a)\quad (F - T)s = \frac{1}{2}mv^2$$

Zapiszemy równanie wynikające z twierdzenia o pracy wypadkowego momentu sił i zmianie energii kinetycznej ruchu obrotowego:

$$2)\quad W_{M_w} = \Delta E_{kin\,obr} \quad \rightarrow \quad 2a)\quad RT \cdot \alpha = \frac{1}{2}I_0\omega^2 \quad \rightarrow \quad 2b)\quad Ts = \frac{1}{2}I_0\omega^2$$

Gdy dodamy stronami równania 1a) i 2b) (wykorzystując związek $s = R\alpha$) to otrzymamy równanie wyrażające twierdzenie o pracy mechanicznej całkowitej i zmianie energii kinetycznej całkowitej (prace siły tarcia statycznego i momentu siły tarcia statycznego znoszą się – tarcie statyczne nie zwiększa ani nie zmniejsza energii całkowitej mechanicznej):

$$3)\quad Fs = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I_0\omega^2$$

Wykorzystamy związek między prędkością kątową i liniową (dla toczenia się bez poślizgu), oraz wyrażenie na moment bezwładności walca:

$$4)\quad Fs = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}mR^2\left(\frac{v}{R}\right)^2 \quad \rightarrow \quad 4a)\quad Fs = \frac{3}{4}mv^2$$

Wykorzystamy związek kinematyczny między przyśpieszeniem a drogą i prędkością w ruchu jednostajnie przyśpieszonym bez prędkości początkowej:

$$5)\quad v^2 = 2as$$

Równanie 5) podstawimy do równania 4a), skąd wyznaczymy wartość przyśpieszenia:

$$6)\quad Fs = \frac{3}{4}m \cdot 2as \quad \rightarrow \quad 6a)\quad a = \frac{2}{3}\frac{F}{m}$$

Obliczymy wartość liczbową wartości przyśpieszenia liniowego walca:

$$a = \frac{2}{3}\cdot\frac{30\ \mathrm{N}}{10\ \mathrm{kg}} = 2\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$$

Zadanie 3.1. (0–2)

Wymagania egzaminacyjne 2024	
Wymaganie ogólne	**Wymagania szczegółowe**
IV. Posługiwanie się informacjami pochodzącymi z analizy materiałów źródłowych, w tym tekstów popularnonaukowych.	Zdający: I.7) wyodrębnia z […] wykresów […] informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska […]. V.2) analizuje ruch pod wpływem siły sprężystości; posługuje się pojęciem ruchu harmonicznego […]; V.4) analizuje zależności położenia, prędkości i przyspieszenia od czasu dla ciała w ruchu drgającym harmonicznym oraz interpretuje wykresy tych zależności; V.6) oblicza energię potencjalną sprężystości i uwzględnia ją w analizie przemian energii.

Zasady oceniania
2 pkt – poprawne zaznaczenia w trzech zdaniach.
1 pkt – poprawne zaznaczenia w dwóch zdaniach.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

Pełne rozwiązanie
FPP

Zadanie 3.2. (0–2)

Wymagania egzaminacyjne 2024	
Wymagania ogólne	**Wymagania szczegółowe**
I. Wykorzystanie pojęć i wielkości fizycznych do opisu zjawisk oraz wskazywanie ich przykładów w otaczającej rzeczywistości. V. Budowanie modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk oraz ilustracji praw i zależności fizycznych.	Zdający: I.6) tworzy […] rysunki schematyczne lub blokowe dla zilustrowania zjawisk […]; I.7) wyodrębnia z […] rysunków schematycznych […] informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska […]. II.13) stosuje zasady dynamiki do opisu zachowania się ciał. V.2) analizuje ruch pod wpływem siły sprężystości […].

Zasady oceniania

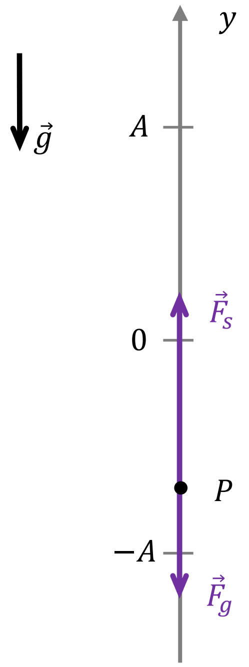
2 pkt – narysowanie **oraz** podpisanie wektora siły sprężystości $\vec{F}_S$, **oraz** wektora siły grawitacji $\vec{F}_g$ (zaczepionych w punkcie P) z poprawnym uwzględnieniem kierunku, zwrotu i relacji między wartościami (długościami) tych wektorów, **oraz** zapisanie poprawnej relacji między wartościami sił.

1 pkt – narysowanie **oraz** podpisanie wektora siły sprężystości $\vec{F}_S$, **oraz** wektora siły grawitacji $\vec{F}_g$ (zaczepionych w punkcie P) z poprawnym uwzględnieniem kierunków i zwrotów tych wektorów.
Uwaga! W tym kryterium za 1 pkt nie uwzględnia się relacji między wartościami wektorów (zarówno na rysunku jak i w zapisie nierówności).

0 pkt – rozwiązanie niepoprawne albo brak rozwiązania.

Rozwiązanie

F_s .....>..... F_g



Zadanie 3.3. (0–4)

Wymagania egzaminacyjne 2024	
Wymagania ogólne	**Wymagania szczegółowe**
V. Budowanie modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk oraz ilustracji praw i zależności fizycznych. II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.	Zdający: I.7) wyodrębnia z […] rysunków schematycznych […] informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska […]. II.13) stosuje zasady dynamiki do opisu zachowania się ciał. V.1) opisuje proporcjonalność siły sprężystości do wydłużenia; posługuje się pojęciem współczynnika sprężystości i jego jednostką; V.2) analizuje ruch pod wpływem siły sprężystości; V.5) stosuje do obliczeń zależność okresu małych drgań […] ciężarka na sprężynie od ich parametrów.

Zasady oceniania
(dla rozwiązania sposobem 1.)

4 pkt – poprawna metoda obliczenia wartości siły sprężystości działającej na ciężarek, gdy znajduje się on w najniższym położeniu **oraz** podanie prawidłowego wyniku liczbowego z jednostką: $F_{s\,max} \approx 1{,}92\ \mathrm{N}$

3 pkt – zapisanie równania wyrażającego II zasadę dynamiki dla ruchu drgającego ciężarka **oraz** zapisanie (lub uwzględnienie w równaniu) poprawnego wyrażenia na wartość siły wypadkowej, gdy ciężarek znajduje się w najniższym położeniu, **oraz** wykorzystanie związku między przyśpieszeniem maksymalnym a prędkością maksymalną i okresem w ruchu drgającym, np. zapisy równoważne poniższym:

$ma_{max} = F_{wyp\,max}$ oraz $F_{wyp\,max} = F_{s\,max} - F_g$ oraz $a_{max} = \left(\frac{2\pi}{T}\right) v_{max}$

albo w jednym równaniu:

$m\left(\frac{2\pi}{T}\right) v_{max} = F_{s\,max} - F_g$

2 pkt – zapisanie równania wyrażającego II zasadę dynamiki dla ruchu drgającego ciężarka **oraz** zapisanie (lub uwzględnienie w równaniu) poprawnego wyrażenia na wartość siły wypadkowej, gdy ciężarek znajduje się w najniższym położeniu, np. zapisy równoważne poniższym:

$ma_{max} = F_{s\,max} - F_g$

LUB

– zapisanie wyrażenia na wartość siły wypadkowej, gdy ciężarek znajduje się w najniższym położeniu **oraz** wykorzystanie związku między przyśpieszeniem maksymalnym a prędkością i okresem (albo związków między prędkością a amplitudą i okresem oraz między przyśpieszeniem a amplitudą i okresem) w ruchu drgającym prostym, np. zapisy równoważne poniższym:

$F_{wyp\,max} = F_{s\,max} - F_g$ oraz $a_{max} = \left(\frac{2\pi}{T}\right) v_{max}$

albo

$F_{wyp\,max} = F_{s\,max} - F_g$ oraz $\left(a_{max} = \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 A \text{ oraz } v_{max} = \left(\frac{2\pi}{T}\right) A\right)$

1 pkt – zapisanie wyrażenia na wartość siły wypadkowej, gdy ciężarek znajduje się w najniższym położeniu, np. zapisy równoważne poniższym:

$F_{wyp\,max} = F_{s\,max} - F_g$

LUB

– zapisanie związku między przyśpieszeniem maksymalnym a prędkością i okresem (albo związków między prędkością a amplitudą i okresem oraz między przyśpieszeniem a amplitudą i okresem) w ruchu drgającym prostym **oraz** identyfikacja/określenie okresu z wykresu, np. zapisy równoważne poniższym:

$a_{max} = \left(\frac{2\pi}{T}\right) v_{max}$ oraz $T = 0{,}4\ \mathrm{s}$

albo

$\left(a_{max} = \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 A \text{ oraz } v_{max} = \left(\frac{2\pi}{T}\right) A\right)$ oraz $T = 0{,}4\ \mathrm{s}$

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Zasady oceniania
(dla rozwiązania sposobem 2.)

4 pkt – poprawna metoda obliczenia wartości siły sprężystości działającej na ciężarek, gdy znajduje się on w najniższym położeniu **oraz** podanie prawidłowego wyniku liczbowego z jednostką: $F_{s\,max} \approx 1{,}92\ \mathrm{N}$

3 pkt – zapisanie maksymalnej wartości siły sprężystości jako iloczynu stałej sprężystości i maksymalnego rozciągnięcia sprężyny **oraz** zapisanie/uwzględnienie w równaniu poprawnego wyrażenia na maksymalne rozciągnięcie sprężyny podczas drgań (równe sumie wydłużenia sprężyny w położeniu równowagi sił i amplitudy drgań), **oraz** zapisanie warunku równowagi sił, **oraz** zapisanie/uwzględnienie w równaniu związku między stałą sprężystości sprężyny a masą ciężarka i okresem drgań, **oraz** zapisanie/uwzględnienie w równaniu związku między amplitudą drgań a okresem i prędkością maksymalną w ruchu drgającym prostym, np. zapisy równoważne poniższym:

$F_{s\,max} = k(y_0 + A)$ oraz $ky_0 = mg$ oraz $\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 = \frac{k}{m}$ oraz $v_{max} = \left(\frac{2\pi}{T}\right)A$

albo w jednym równaniu:

$$F_{s\,max} = ky_0 + kA = mg + \left(\frac{2\pi}{T}\right)mv_{max}$$

2 pkt – zapisanie maksymalnej wartości siły sprężystości jako iloczynu stałej sprężystości i maksymalnego rozciągnięcia sprężyny **oraz** zapisanie/uwzględnienie w równaniu poprawnego wyrażenia na maksymalne rozciągnięcie sprężyny podczas drgań (równe sumie wydłużenia sprężyny w położeniu równowagi sił i amplitudy drgań), **oraz** zapisanie warunku równowagi sił, np. zapisy równoważne poniższym:

$F_{s\,max} = k(y_0 + A)$ oraz $ky_0 = mg$

LUB

– zapisanie maksymalnej wartości siły sprężystości jako iloczynu stałej sprężystości i maksymalnego rozciągnięcia sprężyny **oraz** zapisanie/uwzględnienie w równaniu poprawnego wyrażenia na maksymalne rozciągnięcie sprężyny podczas drgań (równe sumie wydłużenia sprężyny w położeniu równowagi sił i amplitudy drgań), **oraz** zapisanie/uwzględnienie w równaniu związku między stałą sprężystości sprężyny a masą ciężarka i okresem drgań, np. zapisy równoważne poniższym:

$F_{s\,max} = k(y_0 + A)$ oraz $\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 = \frac{k}{m}$

LUB

– zapisanie maksymalnej wartości siły sprężystości jako iloczynu stałej sprężystości i maksymalnego rozciągnięcia sprężyny **oraz** zapisanie/uwzględnienie w równaniu poprawnego wyrażenia na maksymalne rozciągnięcie sprężyny podczas drgań (równe sumie wydłużenia sprężyny w położeniu równowagi sił i amplitudy drgań), **oraz** zapisanie/uwzględnienie w równaniu związku między amplitudą drgań a okresem i prędkością maksymalną w ruchu drgającym prostym, np. zapisy równoważne poniższym:

$F_{s\,max} = k(y_0 + A)$ oraz $v_{max} = \left(\frac{2\pi}{T}\right)A$

1 pkt – zapisanie maksymalnej wartości siły sprężystości jako iloczynu stałej sprężystości i maksymalnego rozciągnięcia sprężyny **oraz** zapisanie/uwzględnienie w równaniu poprawnego wyrażenia na maksymalne rozciągnięcie sprężyny podczas drgań

(równe sumie wydłużenia sprężyny w położeniu równowagi sił i amplitudy drgań), np. zapisy równoważne poniższym:

$F_{s\,max} = k(y_0 + A)$ $\quad y_0$ – wydłużenie sprężyny w położeniu równowagi

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Zasady oceniania (dla rozwiązania sposobem 3.)

4 pkt – poprawna metoda obliczenia wartości siły sprężystości działającej na ciężarek, gdy znajduje się on w najniższym położeniu **oraz** podanie prawidłowego wyniku liczbowego z jednostką: $F_{s\,max} \approx 1{,}92\ \mathrm{N}$

3 pkt – zapisanie maksymalnej wartości siły wypadkowej jako iloczynu stałej sprężystości i amplitudy drgania **oraz** zapisanie wyrażenia na wartość siły wypadkowej, gdy ciężarek znajduje się w najniższym położeniu, **oraz** zapisanie/uwzględnienie w równaniu związku między stałą sprężystości sprężyny a masą ciężarka i okresem drgań, **oraz** zapisanie/uwzględnienie w równaniu związku między prędkością maksymalną a amplitudą i okresem, np. zapisy równoważne poniższym:

$$F_{s\,max} - F_g = kA \quad \text{oraz} \quad \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 = \frac{k}{m} \quad \text{oraz} \quad v_{max} = \left(\frac{2\pi}{T}\right)A$$

albo w jednym równaniu:

$$F_{s\,max} - F_g = kA = \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 m \cdot \frac{v_{max}}{\left(\frac{2\pi}{T}\right)}$$

2 pkt – zapisanie maksymalnej wartości siły wypadkowej jako iloczynu stałej sprężystości i amplitudy drgania **oraz** zapisanie wyrażenia na wartość siły wypadkowej, gdy ciężarek znajduje się w najniższym położeniu, **oraz** zapisanie/uwzględnienie w równaniu związku między stałą sprężystości sprężyny a masą ciężarka i okresem drgań, np. zapisy równoważne poniższym:

$$F_{w\,max} = kA \quad \text{oraz} \quad F_{w\,max} = F_{s\,max} - F_g \quad \text{oraz} \quad \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 = \frac{k}{m}$$

albo w jednym równaniu

$$m\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 A = F_{s\,max} - F_g$$

LUB

– zapisanie maksymalnej wartości siły wypadkowej jako iloczynu stałej sprężystości i amplitudy drgania **oraz** zapisanie wyrażenia na wartość siły wypadkowej, gdy ciężarek znajduje się w najniższym położeniu, **oraz** zapisanie/uwzględnienie w równaniu związku między prędkością maksymalną a amplitudą i okresem, np. zapisy równoważne poniższym:

$$F_{w\,max} = kA \quad \text{oraz} \quad F_{w\,max} = F_{s\,max} - F_g \quad \text{oraz} \quad v_{max} = \left(\frac{2\pi}{T}\right)A$$

albo w jednym równaniu

$$k\frac{v_{max}}{\left(\frac{2\pi}{T}\right)} = F_{s\,max} - F_g$$

1 pkt – zapisanie wyrażenia na wartość siły wypadkowej, gdy ciężarek znajduje się w najniższym położeniu, np. zapisy równoważne poniższym:

$$F_{wyp\,max} = F_{s\,max} - F_g$$

LUB

– zapisanie maksymalnej wartości siły wypadkowej jako iloczynu stałej sprężystości i amplitudy drgania **oraz** zapisanie/uwzględnienie w równaniu związku między stałą sprężystości sprężyny a masą ciężarka i okresem drgań, np. zapisy równoważne poniższym:

$$F_{w\,max} = kA \quad \text{oraz} \quad \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 = \frac{k}{m}$$

LUB

– zapisanie maksymalnej wartości siły wypadkowej jako iloczynu stałej sprężystości i amplitudy drgania **oraz** zapisanie/uwzględnienie w równaniu związku między prędkością maksymalną a amplitudą i okresem, np. zapisy równoważne poniższym:

$$F_{w\,max} = kA \qquad \text{oraz} \quad v_{max} = \left(\frac{2\pi}{T}\right)A$$

Uwaga! W drugim i trzecim kryterium za 1 pkt nie oceniamy poprawności określenia siły wypadkowej.

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Zasady oceniania

(dla rozwiązania sposobem 4. – energetycznym)

4 pkt – poprawna metoda obliczenia wartości siły sprężystości działającej na ciężarek, gdy znajduje się on w najniższym położeniu **oraz** podanie prawidłowego wyniku liczbowego z jednostką: $F_{s\,max} \approx 1{,}92\ \mathrm{N}$

3 pkt – zapisanie równości wynikającej z zasady zachowania energii w dwóch chwilach, tzn. przyrównanie energii potencjalnej sprężystości przy maksymalnym wychyleniu do sumy energii kinetycznej i energii potencjalnej sprężystości i energii potencjalnej grawitacji przy przechodzeniu ciężarka przez położenie równowagi **oraz** poprawne wykorzystanie wzorów na wszystkie rodzaje energii, **oraz** poprawne wykorzystanie dwóch związków spośród czterech: $v_{max} = \left(\frac{2\pi}{T}\right)A$ lub $\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 = \frac{k}{m}$ lub $ky_0 = mg$ lub $F_{s\,max} = k(y_0 + A)$, np. zapisy równoważne poniższym:

$$\frac{1}{2}k(y_0 + A)^2 = \frac{1}{2}mv_{max}^2 + \frac{1}{2}ky_0^2 + mgA$$

oraz

$$\left(v_{max} = \left(\frac{2\pi}{T}\right)A \quad \text{lub} \quad \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 = \frac{k}{m} \quad \text{lub} \quad ky_0 = mg \quad \text{lub} \quad F_{s\,max} = k(y_0 + A)\right)$$

2 pkt – zapisanie równości wynikającej z zasady zachowania energii w dwóch chwilach, tzn. przyrównanie energii potencjalnej sprężystości przy maksymalnym wychyleniu do sumy energii kinetycznej i energii potencjalnej sprężystości i energii potencjalnej grawitacji przy przechodzeniu ciężarka przez położenie równowagi **oraz** poprawne wykorzystanie wzorów na wszystkie rodzaje energii, np. zapisy równoważne poniższym:

$$\frac{1}{2}k(y_0 + A)^2 = \frac{1}{2}mv_{max}^2 + \frac{1}{2}ky_0^2 + mgA$$

LUB

– zapisanie równości wynikającej z zasady zachowania energii w dwóch chwilach, tzn. przyrównanie energii potencjalnej sprężystości przy maksymalnym wychyleniu do sumy energii kinetycznej i energii potencjalnej sprężystości i energii potencjalnej grawitacji przy przechodzeniu ciężarka przez położenie równowagi **oraz** poprawne wykorzystanie dwóch związków spośród czterech: $v_{max} = \left(\frac{2\pi}{T}\right)A$ lub $\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 = \frac{k}{m}$ lub $ky_0 = mg$ lub $F_{s\,max} = k(y_0 + A)$, np. zapisy równoważne poniższym:

$$E_{pot\,spr\,max} = E_{kin\,rownowagi} + E_{pot\,spr\,rownowagi} + E_{pot\,graw\,rownowagi} \quad \text{oraz}$$

$$\left(v_{max} = \left(\frac{2\pi}{T}\right)A \quad \text{lub} \quad \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 = \frac{k}{m} \quad \text{lub} \quad ky_0 = mg \quad \text{lub} \quad F_{s\,max} = k(y_0 + A)\right)$$

1 pkt – zapisanie równości wynikającej z zasady zachowania energii w dwóch chwilach, tzn. przyrównanie energii potencjalnej sprężystości przy maksymalnym wychyleniu do sumy energii kinetycznej i energii potencjalnej sprężystości i energii potencjalnej grawitacji przy przechodzeniu ciężarka przez położenie równowagi, np. zapisy równoważne poniższym:

$$E_{pot\,spr\,max} = E_{kin\,rownowagi} + E_{pot\,spr\,rownowagi} + E_{pot\,graw\,rownowagi}$$

Uwaga! W tym kryterium za 1 pkt nie oceniamy poprawności wyrażenia tych energii wzorami.

LUB

– zapisanie równości wynikającej z zasady zachowania energii w dwóch chwilach, tzn. w chwili maksymalnego wychylenia i chwili przechodzenia ciężarka przez położenie równowagi **oraz** zapisanie/uwzględnienie w równaniu związku między stałą sprężystości sprężyny a masą ciężarka i okresem drgań, np. zapisy równoważne poniższym:

$$E_{mech\,max\,wych} = E_{mech\,rownowagi} \qquad \text{oraz} \qquad \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 = \frac{k}{m}$$

LUB

– zapisanie równości wynikającej z zasady zachowania energii w dwóch chwilach, tzn. w chwili maksymalnego wychylenia i chwili przechodzenia ciężarka przez położenie równowagi **oraz** zapisanie/uwzględnienie w równaniu związku między prędkością maksymalną a amplitudą i okresem, np. zapisy równoważne poniższym:

$$E_{mech\,max\,wych} = E_{mech\,rownowagi} \qquad \text{oraz} \qquad v_{max} = \left(\frac{2\pi}{T}\right)A$$

Uwaga! W drugim i trzecim kryterium za 1 pkt nie oceniamy poprawności rozpisania energii mechanicznej jako sumy odpowiednich rodzajów energii, tylko w ogóle sam fakt przyrównania energii mechanicznej w danych chwilach.

LUB

– zapisanie maksymalnej wartości siły sprężystości jako iloczynu stałej sprężystości i maksymalnego rozciągnięcia sprężyny **oraz** zapisanie/uwzględnienie w równaniu poprawnego wyrażenia na maksymalne rozciągnięcie sprężyny podczas drgań, np. zapisy równoważne poniższym:

$F_{s\,max} = k(y_0 + A)$ $\qquad y_0$ – wydłużenie sprężyny w położeniu równowagi

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Uwaga dodatkowa

Przyśpieszenie maksymalne a_{max} zdający może oszacować na podstawie wykresu, tzn. jako iloraz małego przyrostu prędkości do czasu w otoczeniu $v \approx 0$, np.:

$$a_{max} \approx \frac{\Delta v}{\Delta t}(v \approx 0) \approx \frac{0{,}225\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}{0{,}025\ \mathrm{s}} = 9\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$$

W takiej sytuacji należy oceniać zgodnie z zasadami oceniania i równoważnie temu, jak gdyby zdający wyznaczał przyśpieszenie ze wzoru $a_{max} = \left(\frac{2\pi}{T}\right) v_{max}$. Przy takiej metodzie jako poprawny należy uznać wynik mieszczący się w przedziale od $1{,}8\ \mathrm{N}$ do $2{,}0\ \mathrm{N}$.

Przykładowe pełne rozwiązania

Sposób 1.

W najniższym położeniu podczas drgań siła sprężystości działająca na ciężarek ma największą wartość i ponadto większą od wartości ciężaru ciężarka. Zatem wartość siły wypadkowej działającej na ciężarek jest równa:

$$F_{wyp\ max} = F_{s\ max} - F_g$$

Zapiszemy równanie wyrażające II zasadę dynamiki dla ruchu drgającego ciężarka, gdy ciężarek znajduje się w najniższym położeniu i uwzględnimy wzór na siłę grawitacji:

$$ma_{max} = F_{s\ max} - mg$$

Zastosujemy związek między przyśpieszeniem maksymalnym a prędkością maksymalną i okresem w ruchu drgającym prostym:

$$m\left(\frac{2\pi}{T}\right) v_{max} = F_{s\ max} - mg$$

Powyższe równanie przekształcimy, podstawimy dane i obliczymy maksymalną wartość siły sprężystości działającej na ciężarek:

$$F_{s\ max} = m\left(\frac{2\pi}{T}\right) v_{max} + mg \qquad \rightarrow \qquad F_{s\ max} = m\left(\frac{2\pi v_{max}}{T} + g\right)$$

$$F_{s\ max} = 0{,}1\ \mathrm{kg} \cdot \left(\frac{2 \cdot 3{,}142 \cdot 0{,}6\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}{0{,}4\ \mathrm{s}} + 9{,}81\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\right) \approx 1{,}92\ \mathrm{N}$$

Sposób 2.

W najniższym położeniu podczas drgań siła sprężystości działająca na ciężarek ma największą wartość, ponieważ wydłużenie y_{max} sprężyny ponad długość swobodną jest wtedy największe. Wydłużenie y_{max} jest równe sumie amplitudy drgań (A) i wydłużenia (y_0) sprężyny ponad jej długość swobodną, gdy znajduje się ona w położeniu równowagi sił. Zatem siła sprężystości w najniższym położeniu drgań ma wartość:

$$F_{s\ max} = ky_{max} = k(A + y_0) \qquad \rightarrow \qquad F_{s\ max} = kA + ky_0$$

Zapiszemy warunek, gdy ciężarek znajduje się w położeniu równowagi sił (sprężystości i grawitacji):

$$F_{s\ 0} = F_g \qquad \rightarrow \qquad ky_0 = mg$$

Powyższy warunek uwzględnimy w równaniu na wartość siły sprężystości w najniższym położeniu:

$$F_{s\,max} = kA + mg$$

Do powyższego równania zastosujemy związki między stałą sprężystości sprężyny a masą ciężarka i okresem drgań oraz między prędkością maksymalną a okresem drgań i amplitudą w ruchu drgającym prostym:

$$\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 = \frac{k}{m} \qquad \text{oraz} \qquad v_{max} = \left(\frac{2\pi}{T}\right)A$$

Zatem:

$$F_{s\,max} = m\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 \cdot \frac{v_{max}}{\left(\frac{2\pi}{T}\right)} + mg = m\left(\frac{2\pi}{T}\right)v_{max} + mg$$

Do powyższego równania podstawimy dane i obliczymy maksymalną wartość siły sprężystości działającej na ciężarek:

$$F_{s\,max} = 0{,}1\ \mathrm{kg} \cdot \left(\frac{2 \cdot 3{,}142 \cdot 0{,}6\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}{0{,}4\ \mathrm{s}} + 9{,}81\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\right) \approx 1{,}92\ \mathrm{N}$$

Sposób 3.

W najniższym położeniu podczas drgań siła sprężystości działająca na ciężarek ma największą wartość i ponadto większą od wartości ciężaru ciężarka. Zatem wartość siły wypadkowej działającej na ciężarek jest równa:

$$F_{wyp\,max} = F_{s\,max} - F_g$$

Siła wypadkowa powoduje drgania harmoniczna, a zatem siła wypadkowa jest siłą harmoniczną, czyli jej wartość jest proporcjonalna do wychylenia z położenia równowagi. Zatem w maksymalnym wychyleniu mamy:

$$kA = F_{s\,max} - mg$$

Do powyższego równania zastosujemy związki między stałą sprężystości sprężyny a masą ciężarka i okresem drgań oraz między prędkością maksymalną a okresem drgań i amplitudą w ruchu drgającym prostym:

$$\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 = \frac{k}{m} \qquad \text{oraz} \qquad v_{max} = \left(\frac{2\pi}{T}\right)A$$

Zatem:

$$m\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 \cdot \frac{v_{max}}{\left(\frac{2\pi}{T}\right)} = F_{s\,max} - mg$$

Do powyższego równania podstawimy dane i obliczymy maksymalną wartość siły sprężystości działającej na ciężarek:

$$F_{s\,max} = 0{,}1\ \mathrm{kg} \cdot \left(\frac{2 \cdot 3{,}142 \cdot 0{,}6\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}{0{,}4\ \mathrm{s}} + 9{,}81\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\right) \approx 1{,}92\ \mathrm{N}$$

Sposób 4. (rozwiązanie energetyczne)
Skorzystamy z zasady zachowania energii mechanicznej układu. Przyrównamy energię mechaniczną układu w chwili maksymalnego rozciągnięcia sprężyny do energii mechanicznej w chwili przechodzenia ciężarka przez położenie równowagi. Poziom zera energii potencjalnej grawitacji przyjmiemy w miejscu ciężarka, gdy sprężyna jest maksymalnie rozciągnięta – wtedy także energia kinetyczna jest równa zero. Zapiszemy równanie:

$$E_{pot\ spr\ max} = E_{kin\ rownowagi} + E_{pot\ spr\ rownowagi} + E_{pot\ graw\ rownowagi}$$

Wykorzystamy wzory na energię potencjalną sprężystości, energię potencjalną grawitacji oraz energię kinetyczną:

$$\frac{1}{2}k(y_0 + A)^2 = \frac{1}{2}mv_{max}^2 + \frac{1}{2}ky_0^2 + mgA$$

Przekształcimy i uprościmy powyższe równanie:

$$\frac{1}{2}ky_0^2 + \frac{1}{2}2ky_0A + \frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2}mv_{max}^2 + \frac{1}{2}ky_0^2 + mgA \quad \rightarrow$$

$$ky_0A + \frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2}mv_{max}^2 + mgA$$

Przekształcimy lewą stronę równania, aby wykorzystać wzór na maksymalną wartość siły sprężystości: $F_{s\ max} = k(y_0 + A)$. Kolejno:

$$ky_0A + kA^2 - \frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2}mv_{max}^2 + mgA$$

$$Ak(y_0 + A) - \frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2}mv_{max}^2 + mgA$$

$$AF_{s\ max} - \frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2}mv_{max}^2 + mgA$$

$$F_{s\ max} = \frac{1}{2}kA + \frac{1}{2}m\frac{v_{max}^2}{A} + mg$$

Do otrzymanego równania zastosujemy związki:

$$\omega^2 = \frac{k}{m} \qquad \text{oraz} \qquad v_{max} = \omega A \qquad \text{gdzie} \qquad \omega = \frac{2\pi}{T}$$

Zatem:

$$F_{s\ max} = \frac{1}{2}\omega^2 m \cdot \frac{v_{max}}{\omega} + \frac{1}{2}m \cdot \omega v_{max} + mg = \frac{1}{2}m\omega v_{max} + \frac{1}{2}m\omega v_{max} + mg$$

$$F_{s\ max} = m\omega v_{max} + mg = m\left(\frac{2\pi}{T}\right)v_{max} + mg$$

Do powyższego równania podstawimy dane i obliczymy maksymalną wartość siły sprężystości działającej na ciężarek:

$$F_{s\ max} = 0{,}1\ \mathrm{kg} \cdot \left(\frac{2 \cdot 3{,}142 \cdot 0{,}6\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}{0{,}4\ \mathrm{s}} + 9{,}81\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\right) \approx 1{,}92\ \mathrm{N}$$

Zadanie 4.1. (0–2)

Wymagania egzaminacyjne 2024	
Wymaganie ogólne	**Wymagania szczegółowe**
I. Wykorzystanie pojęć i wielkości fizycznych do opisu zjawisk oraz wskazywanie ich przykładów w otaczającej rzeczywistości.	Zdający: I.7) wyodrębnia z tekstów, […] rysunków schematycznych lub blokowych informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska […]. X.11) analizuje efekt Dopplera dla fal w przypadku, gdy źródło lub obserwator poruszają się znacznie wolniej niż fala; podaje przykłady występowania tego zjawiska.

Zasady oceniania
2 pkt – poprawne zaznaczenia w trzech zdaniach.
1 pkt – poprawne zaznaczenia w dwóch zdaniach.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

Pełne rozwiązanie
PPP

Zadanie 4.2. (0–4)

Wymagania egzaminacyjne 2024	
Wymagania ogólne	**Wymagania szczegółowe**
II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych. V. Budowanie modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk oraz ilustracji praw i zależności fizycznych.	Zdający: I.2) posługuje się […] kartą wybranych wzorów i stałych fizykochemicznych; I.7) wyodrębnia z tekstów, […] rysunków schematycznych lub blokowych informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska bądź problemu […]. X.11) analizuje efekt Dopplera dla fal w przypadku, gdy źródło lub obserwator poruszają się znacznie wolniej niż fala; podaje przykłady występowania tego zjawiska.

Zasady oceniania

4 pkt – poprawna metoda obliczenia wartości prędkości ambulansu **oraz** prawidłowy wynik liczbowy z jednostką: $v \approx 31\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$

3 pkt – poprawna metoda wyprowadzenia i zapisanie jednego równania, z którego można bezpośrednio wyznaczyć wartość prędkości ambulansu – metoda zawiera: wykorzystanie wzorów Dopplera (albo metody jak w sposobie 3. rozwiązania) z poprawnie zidentyfikowanymi częstotliwościami **oraz** zastosowanie związku falowego, **oraz** wykorzystanie warunku zadania, np.:

$$metoda \quad \rightarrow \quad 1{,}2 = \frac{v_d + v}{v_d - v}$$

albo

$$metoda \quad \rightarrow \quad \frac{1}{11} = \frac{v}{v_d}$$

2 pkt – zapisanie wzorów Dopplera z poprawnym zidentyfikowaniem f_A , f_B (albo Δf, f_0), v, v_d **oraz** wyprowadzenie ze związku falowego (lub zapisanie bez wyprowadzenia) adekwatnych zależności między częstotliwościami a długościami fal, np. zapisy równoważne poniższym:

$$\left(\begin{cases} f_A = f_0 \cdot \dfrac{v_d}{v_d - v} \\ f_B = f_0 \cdot \dfrac{v_d}{v_d + v} \end{cases} \quad \text{lub} \quad \begin{cases} f_A \approx f_0 \cdot \left(1 + \dfrac{v}{v_d}\right) \\ f_B \approx f_0 \cdot \left(1 - \dfrac{v}{v_d}\right) \end{cases}\right) \quad \text{oraz} \quad \frac{f_A}{f_B} = \frac{\lambda_B}{\lambda_A}$$

albo

$$\frac{|\Delta f|}{f_0} \approx \frac{v}{v_d} \quad \text{oraz} \quad \frac{|\Delta f|}{f_0} \approx \frac{|\Delta \lambda|}{\lambda_0}$$

albo (bezpośrednie zapisanie wzorów Dopplera z długościami fal)

$$\begin{cases} \lambda_A = \lambda_0 \cdot \left(1 - \dfrac{v}{v_d}\right) \\ \lambda_B = \lambda_0 \cdot \left(1 + \dfrac{v}{v_d}\right) \end{cases} \quad \text{lub} \quad \begin{cases} \lambda_A \approx \lambda_0 \cdot \dfrac{v_d}{v_d + v} \\ \lambda_B \approx \lambda_0 \cdot \dfrac{v_d}{v_d - v} \end{cases} \quad \text{lub} \quad \frac{|\Delta \lambda|}{\lambda_0} \approx \frac{v}{v_d}$$

LUB

– zapisanie wzorów na długości fal dźwiękowych docierających do $\mathcal{A}$ i $\mathcal{B}$ **oraz** zastosowanie związku falowego między okresem, długością fali w układzie źródła i prędkością dźwięku, np. zapisy równoważne poniższym:

$$(\lambda_A = \lambda_0 - vT \;,\; \lambda_B = \lambda_0 + vT) \quad \text{oraz} \quad v_d = \frac{\lambda_0}{T}$$

LUB

– poprawne wyprowadzenie wartości wyrażenia $\frac{|\Delta\lambda|}{\lambda_0}$, np. zapisy równoważne poniższym:

$$\begin{cases} \lambda_A = \lambda_0 - |\Delta \lambda| \\ \lambda_B = \lambda_0 + |\Delta \lambda| \end{cases} \quad \text{oraz} \quad \frac{\lambda_B}{\lambda_A} = 1{,}2 \quad \rightarrow \quad \frac{|\Delta \lambda|}{\lambda_0} = \frac{1}{11}$$

1 pkt – zapisanie wzorów Dopplera z poprawnym zidentyfikowaniem f_A , f_B (albo Δf, f_0), v i v_d, np. zapisy równoważne poniższym:

$$\begin{cases} f_A = f_0 \cdot \dfrac{v_d}{v_d - v} \\ f_B = f_0 \cdot \dfrac{v_d}{v_d + v} \end{cases} \quad \text{albo} \quad \begin{cases} f_A \approx f_0 \cdot \left(1 + \dfrac{v}{v_d}\right) \\ f_B \approx f_0 \cdot \left(1 - \dfrac{v}{v_d}\right) \end{cases} \quad \text{albo} \quad \frac{|\Delta f|}{f_0} \approx \frac{v}{v_d}$$

LUB

– wyprowadzenie ze związku falowego (lub zapisanie bez wyprowadzenia) zależności między częstotliwościami a długościami fal:

$$\frac{f_A}{f_B} = \frac{\lambda_B}{\lambda_A} \quad \text{albo} \quad \frac{|\Delta f|}{f_0} \approx \frac{|\Delta \lambda|}{\lambda_0}$$

LUB

– zapisanie wzorów na długości fal dźwiękowych docierających do $\mathcal{A}$ i $\mathcal{B}$, jako odpowiednio różnicy i sumy długości fali źródła spoczywającego i drogi przebytej przez źródło w czasie okresu, np. zapisy równoważne poniższym:

$$\lambda_A = \lambda_0 - vT \ , \quad \lambda_B = \lambda_0 + vT$$

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Uwagi dodatkowe

1. Dotyczy rozwiązania sposobem 3a). Jeżeli zdający przyjmie błędną (lub błędnie obliczy) wartość ilorazu $\frac{|\Delta\lambda|}{\lambda_0}$ i konsekwentnie doprowadzi rozwiązanie zadania do końca, to może otrzymać co najwyżej 3 pkt.
2. Jeżeli z zapisów zdającego jednoznacznie wynika, że przyjął przeciwny zwrot ruchu ambulansu **oraz** wszystkie dalsze zależności są zgodne z tym założeniem, **oraz** doprowadza konsekwentnie rozwiązanie do końca, to otrzymuje 3 pkt.

Przykładowe pełne rozwiązania

Sposób 1. (z wykorzystaniem dokładnych wzorów Dopplera)

Zapiszemy wzory Dopplera na częstotliwość f_A, jaką rejestruje $\mathcal{A}$, gdy ambulans zbliża się do niego oraz na częstotliwość f_B, jaką rejestruje $\mathcal{B}$, gdy ambulans oddala się od niego. Ze wzorów tych wyznaczymy iloraz rejestrowanych częstotliwości:

$$1) \quad \begin{cases} f_A = f_0 \cdot \dfrac{v_d}{v_d - v} \\ f_B = f_0 \cdot \dfrac{v_d}{v_d + v} \end{cases} \quad \rightarrow \quad 2) \quad \frac{f_A}{f_B} = \frac{v_d + v}{v_d - v}$$

gdzie v oznacza wartość prędkości ambulansu, v_d oznacza wartość prędkości dźwięku. Ze związku falowego wyprowadzimy wzór na iloraz długości fal. Prędkość dźwięku nie zależy od ruchu źródła dźwięku w ośrodku, zatem:

$$3) \quad \begin{cases} v_d = f_A \lambda_A \\ v_d = f_B \lambda_B \end{cases} \quad \rightarrow \quad 4) \quad \frac{f_A}{f_B} = \frac{\lambda_B}{\lambda_A}$$

gdzie λ_A i λ_B są odpowiednio długościami fali dźwiękowej docierającej do $\mathcal{A}$ i fali dźwiękowej docierającej do $\mathcal{B}$.

Wykorzystamy warunek zadania:

$$5)\quad \frac{f_A}{f_B} = \frac{\lambda_B}{\lambda_A} = 1{,}2$$

Wartość ilorazu 5) podstawiamy w miejsce lewej strony równania 2). Otrzymane w ten sposób równanie przekształcimy, podstawimy dane i obliczymy prędkość ambulansu.

$$6)\quad 1{,}2 = \frac{v_d + v}{v_d - v} \quad\rightarrow\quad 1{,}2v_d - 1{,}2v = v_d + v \quad\rightarrow\quad 0{,}2v_d = 2{,}2v$$

$$7)\quad v = \frac{v_d}{11} \quad\rightarrow\quad 8)\quad v = \frac{340\ \frac{\text{m}}{\text{s}}}{11} \approx 30{,}9\ \frac{\text{m}}{\text{s}} \approx 31\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Sposób 2. (z wykorzystaniem przybliżonych wzorów Dopplera)

Zapiszemy przybliżone wzory Dopplera na częstotliwość f_A, jaką rejestruje $\mathcal{A}$, gdy ambulans zbliża się do niego, oraz na częstotliwość f_B, jaką rejestruje $\mathcal{B}$, gdy ambulans oddala się od niego. Z tych wzorów wyznaczymy iloraz częstotliwości:

$$1)\quad \begin{cases} f_A \approx f_0 \cdot \left(1 + \dfrac{v}{v_d}\right) \\ f_B \approx f_0 \cdot \left(1 - \dfrac{v}{v_d}\right) \end{cases} \quad\rightarrow\quad 2)\quad \frac{f_A}{f_B} = \frac{v_d + v}{v_d - v}$$

Ciąg dalszy rozwiązania jest taki sam, jak w sposobie 1., w punktach 3)–8).

Sposób 3. (bez użycia wzorów Dopplera)

Oznaczymy jako λ_0 długość fali, jaka byłaby emitowana z syreny ambulansu, który nie porusza się. Ponieważ ambulans porusza się w kierunku obserwatora $\mathcal{A}$, to porusza się także w kierunku powierzchni falowej wysłanej do obserwatora $\mathcal{A}$ (ambulans „goni” wysyłane przez siebie fale w kierunku $\mathcal{A}$). Zatem kolejna powierzchnia falowa, jaką wyśle syrena ambulansu po czasie jednego okresu (swoich drgań) w kierunku $\mathcal{A}$, będzie bliżej poprzednio wysłanej powierzchni o odległość $s = vT$. Z drugiej strony ambulans oddala się od powierzchni falowej wysłanej w kierunku obserwatora $\mathcal{B}$. Zatem kolejna powierzchnia falowa, jaką wyśle syrena ambulansu po czasie jednego okresu w kierunku obserwatora $\mathcal{B}$, będzie dalej od poprzednio wysłanej powierzchni o odległość $s = vT$. Stąd otrzymujemy:

$$1)\quad \begin{cases} \lambda_A = \lambda_0 - vT \\ \lambda_B = \lambda_0 + vT \end{cases} \quad\rightarrow\quad 2)\quad \frac{\lambda_B}{\lambda_A} = \frac{\lambda_0 + vT}{\lambda_0 - vT}$$

Ze związku falowego (dla fali wysłanej z nieruchomej syreny ambulansu) otrzymujemy:

$$3)\quad v_d = \frac{\lambda_0}{T} \quad\rightarrow\quad 4)\quad \lambda_0 = v_d T$$

Na podstawie równań 2) i 4) otrzymujemy:

$$5)\quad \frac{\lambda_B}{\lambda_A} = \frac{v_d T + vT}{v_d T - vT} = \frac{v_d + v}{v_d - v} \quad\rightarrow\quad 6)\quad v = \frac{\dfrac{\lambda_B}{\lambda_A} - 1}{\dfrac{\lambda_B}{\lambda_A} + 1} v_d$$

Z warunku zadania mamy:

$$7)\quad \frac{\lambda_B}{\lambda_A} = 1{,}2$$

Zależność 7) podstawimy do równania 6) i obliczymy prędkość ambulansu:

$$v = \frac{1{,}2 - 1}{1{,}2 + 1} \cdot 340\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \approx 30{,}9\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \approx 31\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

Sposób 3a. (metoda „mieszana”)

Zastosujemy przybliżony wzór Dopplera oraz przybliżoną zależność między parametrami fali i zmianami tych parametrów:

$$1)\quad \frac{|\Delta f|}{f_0} \approx \frac{v}{v_d} \qquad \text{oraz} \qquad 2)\quad \frac{|\Delta f|}{f_0} \approx \frac{\Delta\lambda}{\lambda_0} \qquad \rightarrow \qquad 3)\quad \frac{\Delta\lambda}{\lambda_0} \approx \frac{v}{v_d}$$

Z warunku zadania wyznaczymy $\frac{\Delta\lambda}{\lambda_0}$. Oznaczymy jako λ_0 długość fali, jaka byłaby emitowana z syreny ambulansu, który nie porusza się. Ponieważ ambulans porusza się w kierunku obserwatora $\mathcal{A}$, to kolejna powierzchnia falowa, jaką wyśle syrena ambulansu po czasie jednego okresu (swoich drgań) w kierunku $\mathcal{A}$, będzie bliżej poprzednio wysłanej powierzchni o odległość $|\Delta\lambda| = \lambda_0 - \lambda_A$. Z drugiej strony, kolejna powierzchnia falowa, jaką wyśle syrena ambulansu po czasie jednego okresu w kierunku obserwatora $\mathcal{B}$, będzie dalej od poprzednio wysłanej powierzchni o odległość $|\Delta\lambda| = \lambda_B - \lambda_0$. Stąd otrzymujemy:

$$4)\quad \begin{cases} \lambda_A = \lambda_0 - |\Delta\lambda| \\ \lambda_B = \lambda_0 + |\Delta\lambda| \end{cases}$$

Uwzględnimy warunek zadania i wyznaczymy $\frac{\Delta\lambda}{\lambda_0}$:

$$5)\quad 1{,}2 = \frac{\lambda_0 + |\Delta\lambda|}{\lambda_0 - |\Delta\lambda|} \qquad \rightarrow \qquad 6)\quad \frac{\Delta\lambda}{\lambda_0} \approx \frac{1}{11}$$

Na podstawie równań 3) i 6) otrzymujemy:

$$7)\quad \frac{1}{11} \approx \frac{v}{v_d} \qquad \rightarrow$$

$$8)\quad v = \frac{1}{11} \cdot 340\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \approx 31\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

Zadanie 5.1. (0–2)

Wymagania egzaminacyjne 2024	
Wymaganie ogólne	**Wymagania szczegółowe**
I. Wykorzystanie pojęć i wielkości fizycznych do opisu zjawisk oraz wskazywanie ich przykładów w otaczającej rzeczywistości.	Zdający: I.7) wyodrębnia z tekstów […] informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska bądź problemu […]; II.13) stosuje zasady dynamiki do opisu zachowania się ciał. III.1) wyznacza położenie środka masy układu ciał. IV.1) posługuje się prawem powszechnego ciążenia do opisu oddziaływania grawitacyjnego […].

Zasady oceniania
2 pkt – poprawne zaznaczenia w trzech zdaniach.
1 pkt – poprawne zaznaczenia w dwóch zdaniach.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

Pełne rozwiązanie
PPF

Zadanie 5.2. (0–3)

Wymagania egzaminacyjne 2024	
Wymagania ogólne	**Wymagania szczegółowe**
II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych. V. Budowanie modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk oraz ilustracji praw i zależności fizycznych.	Zdający: I.7) wyodrębnia z tekstów […] informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska bądź problemu […]. II.13) stosuje zasady dynamiki do opisu zachowania się ciał. IV.1) posługuje się prawem powszechnego ciążenia do opisu oddziaływania grawitacyjnego […].

Zasady oceniania

3 pkt – poprawna metoda obliczenia odległości punktu P od środka Ziemi **oraz** prawidłowy wynik liczbowy z jednostką: $|PZ| \approx 346\,000\ \mathrm{km}$

2 pkt – zapisanie warunku równowagi sił grawitacji od Ziemi i od Księżyca (lub równości wartości natężeń pól grawitacyjnych od Ziemi i od Księżyca) **oraz** poprawne zapisanie wzorów (lub skorzystanie z własności prawa powszechnego ciążenia) na te siły grawitacji (lub natężenia pól), **oraz** poprawne uwzględnienie warunków zadania (dotyczących stosunku mas i faktu, że suma odległości od punktu P do Ziemi i do Księżyca wynosi d), **oraz** doprowadzenie (lub zapisanie od razu) do równania, z którego można bezpośrednio obliczyć odległości punktu P od środka Ziemi, np. zapisy równoważne poniższym:

$$\frac{GM_Zm}{r_{PZ}^2} = \frac{GM_Km}{r_{PK}^2} \quad \text{oraz} \quad r_{PK} = d - r_{PZ} \quad \rightarrow \quad \frac{G \cdot 81{,}28M_Km}{r_{PZ}^2} = \frac{GM_Km}{(d - r_{PZ})^2}$$

albo wszystko uwzględnione w jednym równaniu

$$\frac{81{,}28}{x^2} = \frac{1}{(d-x)^2}$$

1 pkt – zapisanie warunku równowagi sił grawitacji od Ziemi i od Księżyca (lub równości wartości natężeń pól grawitacyjnych od Ziemi i od Księżyca) **oraz** zapisanie/wykorzystanie poprawnych wzorów na te siły (lub natężenia pól), z poprawnym uwzględnieniem odległości $|PZ|$ i $|PK|$, np. zapisy równoważne poniższym:

$$\frac{GM_Zm}{r_{PZ}^2} = \frac{GM_Km}{r_{PK}^2}$$

albo (zapisanie równości natężeń pól)

$$\frac{GM_Z}{r_{PZ}^2} = \frac{GM_K}{r_{PK}^2}$$

albo skorzystanie z odpowiedniej proporcji wynikającej z prawa ciążenia

$$\frac{r_{PZ}^2}{r_{PK}^2} = \frac{M_Z}{M_K}$$

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązanie

Odległość $|PZ|$ punktu P od środka Ziemi oznaczymy jako x, a odległość $|PK|$ punktu P od środka Księżyca oznaczymy jako y. Wtedy $y = d - x$. Wypadkowa siła działająca na ciało w punkcie P jest równa zero, to znaczy, że siła grawitacji od Księżyca równoważy siłę grawitacji od Ziemi (wartości sił są równe, a zwroty sił przeciwne):

$$F_{gZ} = F_{gK}$$

Zastosujemy wzór na wartość siły grawitacji:

$$\frac{GM_Zm}{x^2} = \frac{GM_Km}{y^2} \quad \rightarrow \quad \frac{M_Z}{x^2} = \frac{M_K}{y^2}$$

Wykorzystamy warunki zadania:

$$\frac{81{,}28M_K}{x^2} = \frac{M_K}{(d-x)^2} \quad \rightarrow$$

$$\frac{81{,}28}{x^2} = \frac{1}{(d-x)^2} \quad \rightarrow$$

$$\frac{|x|}{|d-x|} = \sqrt{81{,}28} \approx 9{,}0155$$

Ponieważ $d - x > 0$ oraz $x > 0$ to:

$$\frac{x}{384\,400\text{ km} - x} \approx 9{,}0155 \quad \rightarrow$$

$$3\,465\,558\text{ km} \approx 10{,}0155x \quad \rightarrow \quad x \approx 346\,000\text{ km}$$

Zadanie 6. (0–3)

Wymagania egzaminacyjne 2024	
Wymagania ogólne	**Wymagania szczegółowe**
V. Budowanie modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk oraz ilustracji praw i zależności fizycznych. II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.	Zdający: I.6) tworzy […] rysunki schematyczne lub blokowe dla zilustrowania zjawisk […]. VII.4) analizuje natężenie pola wytwarzanego przez układ ładunków punktowych i oblicza jego wartość.

Zasady oceniania

3 pkt – poprawne narysowanie wektora $\vec{E}_S$ w punkcie S **oraz** poprawne zapisanie wzoru na wartość wektora $\vec{E}_S$ (wyrażoną tylko za pomocą odpowiednich stałych oraz a i q), wartość wektora <u>musi być dodatnia</u>.

2 pkt – poprawne narysowanie wektora $\vec{E}_S$ w punkcie S: wektor musi leżeć na odcinku SQ_2 i mieć zwrot w stronę Q_2 (jak na rysunku w rozwiązaniu)
LUB
– zapisanie wzoru na współrzędną wektora $\vec{E}_S$ wzdłuż przekątnej, z dowolnie określonym znakiem, wyrażonej poprzez tylko odpowiednie stałe oraz a i q, np. zapisy równoważne poniższym:

$E_s = \frac{2kq}{a^2}$ albo $E_s = -\frac{2kq}{a^2}$

1 pkt – uwzględnienie (na rysunku lub we wzorze lub zapisanie słowami/równaniem) faktu, że wypadkowe natężenie $\vec{E}_s$ pola elektrycznego pochodzi tylko od ładunku Q_2, czyli:

- narysowanie wektora natężenia pola elektrycznego w punkcie S o poprawnym kierunku i błędnym zwrocie
  LUB

- zapisanie wzoru na wartość wektora natężenia elektrycznego wyrażającą się tylko poprzez stałą elektryczną k, kwadrat połowy przekątnej i Q_2, np. zapisy równoważne poniższym:

  $$E_s = \frac{kQ_2}{\left(\frac{d}{2}\right)^2}$$

  LUB
- zapisanie słowne lub za pomocą równania, że natężenie wypadkowe w punkcie S jest równe natężeniu pola elektrycznego pochodzącego tylko od ładunku Q_2, np. zapisy równoważne poniższym:

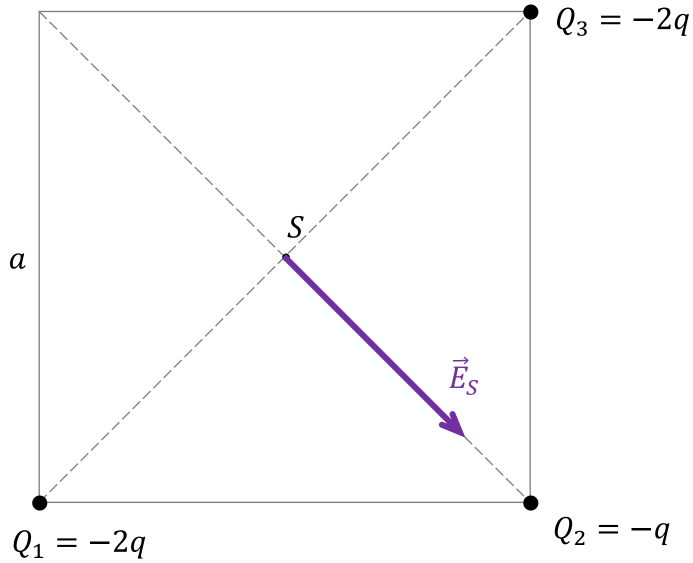
  $\vec{E}_s = \vec{E}_{1S} + \vec{E}_{2S} + \vec{E}_{3S} = \vec{E}_{2S}$ lub $\left(\vec{E}_s = \vec{E}_{1S} + \vec{E}_{2S} + \vec{E}_{3S}\right.$ oraz $\left.\vec{E}_1 = -\vec{E}_3\right)$

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązanie

Natężenia pola elektrycznego w punkcie S pochodzące od ładunków Q_1 i Q_3 zniosą się ($\vec{E}_{1S} + \vec{E}_{3S} = 0$), ponieważ wektory te mają przeciwne zwroty i te same wartości. Zatem natężenie wypadkowe w punkcie S będzie natężeniem pochodzącym tylko od ładunku Q_2:

$$\vec{E}_s = \vec{E}_{1S} + \vec{E}_{2S} + \vec{E}_{3S} = \vec{E}_{2S}$$



Zapiszemy wzór na wartość wektora natężenia pola elektrycznego w punkcie S:

$$E_s = E_{2S} = \frac{k|Q_2|}{\left(\frac{d}{2}\right)^2} \quad \text{gdzie} \quad \frac{d}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2} \quad \text{zatem}$$

$$E_s = E_{2S} = \frac{kq}{\frac{a^2}{2}} \quad \rightarrow \quad E_S = \frac{2kq}{a^2} \quad \text{lub} \quad E_S = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{2q}{a^2}$$

Zadanie 7.1. (0–2)

Wymagania egzaminacyjne 2024	
Wymagania ogólne	**Wymagania szczegółowe**
I. Wykorzystanie pojęć i wielkości fizycznych do opisu zjawisk oraz wskazywanie ich przykładów w otaczającej rzeczywistości. II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.	Zdający: VI.12) (SP) posługuje się pojęciem oporu elektrycznego jako własnością przewodnika; stosuje do obliczeń związek między napięciem a natężeniem prądu i oporem […]. VIII.10) interpretuje I prawo Kirchhoffa jako przykład zasady zachowania ładunku; VIII.11) analizuje dodawanie i odejmowanie napięć w obwodzie z uwzględnieniem źródeł i odbiorników energii (II prawo Kirchhoffa).

Zasady oceniania
2 pkt – poprawne zaznaczenia w trzech zdaniach.
1 pkt – poprawne zaznaczenia w dwóch zdaniach.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

Pełne rozwiązanie
FPP

Zadanie 7.2. (0–1)

Wymagania egzaminacyjne 2024	
Wymaganie ogólne	**Wymagania szczegółowe**
II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.	Zdający: VI.12) (SP) posługuje się pojęciem oporu elektrycznego jako własnością przewodnika […]. VIII.8) stosuje do obliczeń związek mocy wydzielonej na oporniku (ciepła Joule'a-Lenza) z natężeniem prądu i oporem oraz napięciem i oporem; VIII.11) analizuje dodawanie i odejmowanie napięć w obwodzie z uwzględnieniem źródeł i odbiorników energii (II prawo Kirchhoffa).

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

Pełne rozwiązanie
C1

Zadanie 7.3. (0–3)

Wymagania egzaminacyjne 2024	
Wymagania ogólne	**Wymagania szczegółowe**
II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych. V. Budowanie modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk oraz ilustracji praw i zależności fizycznych.	Zdający: VI.12) (SP) posługuje się pojęciem oporu elektrycznego jako własnością przewodnika; stosuje do obliczeń związek między napięciem a natężeniem prądu i oporem […]. VIII.10) interpretuje I prawo Kirchhoffa jako przykład zasady zachowania ładunku; VIII.11) analizuje dodawanie i odejmowanie napięć w obwodzie z uwzględnieniem źródeł i odbiorników energii (II prawo Kirchhoffa); VIII.12) posługuje się pojęciem oporu zastępczego; oblicza opór zastępczy układu oporników połączonych szeregowo lub równolegle.

Zasady oceniania (dla rozwiązania sposobem 1. i sposobem 2.)

3 pkt – poprawna metoda obliczenia ilorazu $\frac{I_{A2}}{I_{A1}}$ natężeń prądów **oraz** podanie prawidłowego wyniku: $\frac{I_{A2}}{I_{A1}} = \frac{2}{3}$

Uwaga! Akceptuje się równoważne przedstawienie zależności między natężeniami prądów:

$\frac{I_{A1}}{I_{A2}} = \frac{3}{2}$ albo $I_{A1} = \frac{3}{2} I_{A2}$ albo $I_{A2} = \frac{2}{3} I_{A1}$

2 pkt – poprawna metoda wyznaczenia wskazania amperomierza w sytuacji początkowej **oraz** prawidłowe wyznaczenie I_{A1} w funkcji U i R, np. zapisy równoważne poniższym:

$\left(I_{gorny} = \frac{U}{2R}\right.$ oraz $\left.I_{dolny} = \frac{U}{R}\right)$ oraz $\rightarrow$ $I_{A1} = I_{gorny} + I_{dolny} = \frac{3}{2}\frac{U}{R}$

albo

$\left(U = I_{A1} \cdot R_{Z1}\right.$ oraz $\left.\frac{1}{R_{Z1}} = \frac{1}{2R} + \frac{1}{R}\right)$ oraz $\rightarrow$ $I_{A1} = \frac{3}{2}\frac{U}{R}$

LUB

– skorzystanie ze związku między oporem, natężeniem prądu i napięciem **oraz** zastosowanie poprawnej metody wyznaczenia oporu zastępczego obwodu w obu przypadkach, np. zapisy równoważne poniższym:

$U = I_{A1} \cdot R_{Z1}$ oraz $\frac{1}{R_{Z1}} = \frac{1}{R_1 + R_2} + \frac{1}{R_3}$ oraz $U = I_{A2} \cdot R_3$

1 pkt – poprawna metoda wyznaczenia natężeń prądów płynących w gałęzi górnej i dolnej (w sytuacji pierwszej), np. zapisy równoważne poniższym:

$I_{gorny} = \frac{U}{2R}$ oraz $I_{dolny} = \frac{U}{R}$

LUB

– skorzystanie ze związku między oporem, natężeniem prądu i napięciem **oraz** zastosowanie poprawnej metody wyznaczenia oporu zastępczego obwodu w jednym przypadku (przed albo po uszkodzeniu opornika $\mathcal{R}_1$), np. zapisy równoważne poniższym:

$U = I_{A1} \cdot R_{Z1}$ oraz $\frac{1}{R_{Z1}} = \frac{1}{R_1 + R_2} + \frac{1}{R_3}$

albo (dla sytuacji z uszkodzonym opornikiem)

$U = I_{A2} \cdot R_3$

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Zasady oceniania (dla rozwiązania sposobem 3.)

3 pkt – poprawna metoda obliczenia ilorazu $\frac{I_{A2}}{I_{A1}}$ natężeń prądów **oraz** podanie prawidłowego wyniku: $\frac{I_{A2}}{I_{A1}} = \frac{2}{3}$

Uwaga! Akceptuje się równoważne przedstawienie zależności między natężeniami prądów:

$\frac{I_{A1}}{I_{A2}} = \frac{3}{2}$ albo $I_{A1} = \frac{3}{2} I_{A2}$ albo $I_{A2} = \frac{2}{3} I_{A1}$

2 pkt – stwierdzenie (słowne lub zapisem symbolicznym), że natężenie prądu płynącego przez opornik $\mathcal{R}_3$ w sytuacji 2. jest takie samo jak natężenie prądu płynącego przez opornik $\mathcal{R}_3$ w sytuacji 1. **oraz** wyprowadzenie lub zapisanie (od razu) zależności, że w sytuacji 1. natężenie prądu płynącego przez oporniki $\mathcal{R}_1$ i $\mathcal{R}_2$ jest dwa razy mniejsze od natężenia prądu płynącego przez opornik $\mathcal{R}_3$, np. zapisy równoważne poniższym:

$I_{gorny} = \frac{1}{2} I_{dolny}$

1 pkt – stwierdzenie (słowne lub zapisem symbolicznym), że natężenie prądu płynącego przez opornik $\mathcal{R}_3$ w sytuacji 2. jest takie samo jak natężenie prądu płynącego przez opornik $\mathcal{R}_3$ w sytuacji 1., np. zapisy równoważne poniższym:

$I_{A2} = I_{dolny}$

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązania

Sposób 1.

Obliczymy natężenie prądów płynących w górnej i dolnej gałęzi w sytuacji 1. Skorzystamy ze związku między napięciem zasilającym obwód a oporami na poszczególnych gałęziach:

1) $I_{gorny} = \frac{U}{2R}$ oraz $I_{dolny} = \frac{U}{R}$

Obliczymy I_{A1} z pierwszego prawa Kirchhoffa:

2) $I_{A1} = I_{gorny} + I_{dolny} = \frac{3}{2}\frac{U}{R}$

Obliczymy I_{A2}:

3) $I_{A2} = \frac{U}{R}$

Obliczymy $\frac{I_{A2}}{I_{A1}}$:

$$4)\quad \frac{I_{A2}}{I_{A1}} = \frac{\frac{U}{R}}{\frac{3}{2}\frac{U}{R}} = \frac{2}{3}$$

Sposób 2.

Obliczymy I_{A1}. Skorzystamy ze związku między napięciem zasilającym obwód a oporem zastępczym obwodu (w sytuacji początkowej):

$$1)\quad U = I_{A1} \cdot R_{Z1}$$

Obliczymy R_{Z1}. Zastosujemy reguły obliczania oporów zastępczych dla oporników łączonych równolegle i szeregowo:

$$2)\quad \frac{1}{R_{Z1}} = \frac{1}{R_1 + R_2} + \frac{1}{R_3} \quad \rightarrow \quad \frac{1}{R_{Z1}} = \frac{1}{2R} + \frac{1}{R} = \frac{1+2}{2R} = \frac{3}{2R}$$

$$3)\quad R_{Z1} = \frac{2}{3}R$$

Wynik uzyskany w równaniu 3) podstawimy do równania 1):

$$4)\quad U = I_{A1} \cdot \frac{2}{3}R \qquad \text{zatem} \qquad I_{A1} = \frac{3}{2}\frac{U}{R}$$

Analogicznie obliczymy I_{A2}. Ponieważ górna gałąź obwodu jest przerwana ze względu na uszkodzenie opornika $\mathcal{R}_1$, to prąd płynie tylko przez opornik $\mathcal{R}_3$. Zatem:

$$5)\quad U = I_{A2} \cdot R_3 = I_{A2}R \qquad \rightarrow \qquad I_{A2} = \frac{U}{R}$$

Obliczymy iloraz natężeń prądu płynącego przez amperomierz w obu sytuacjach:

$$6)\quad \frac{I_{A2}}{I_{A1}} = \frac{2}{3}$$

Sposób 3.

Zauważmy, że natężenie prądu płynącego przez opornik $\mathcal{R}_3$ w obu sytuacjach jest takie samo, ponieważ napięcie pomiędzy zaciskami X i Y się nie zmienia. Oznaczymy to natężenie jako:

$$1)\quad I_{A2} = I_{dolny}$$

Rozważmy teraz sytuację zilustrowaną na rysunku 1. Natężenie prądu płynącego przez oporniki $\mathcal{R}_1$, $\mathcal{R}_2$ oznaczymy jako I_{gorny}. Z drugiego prawa Kirchhoffa dla obwodów prądu stałego wynika, że:

$$2)\quad I_{gorny}2R = I_{dolny}R = U \qquad \rightarrow \qquad 3)\quad I_{gorny} = \frac{1}{2}I_{dolny}$$

Z pierwszego prawa Kirchhoffa dla obwodów prądu stałego wynika, że:

$$4)\quad I_{A1} = I_{dolny} + I_{gorny} = I_{dolny} + \frac{1}{2}I_{dolny} = \frac{3}{2}I_{dolny}$$

Zatem:

$$\frac{I_{dolny}}{I_{A1}} = \frac{I_{A2}}{I_{A1}} = \frac{2}{3}$$

Zadanie 8.1. (0–1)

Wymagania egzaminacyjne 2024	
Wymagania ogólne	**Wymagania szczegółowe**
II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych. I. Wykorzystanie pojęć i wielkości fizycznych do opisu zjawisk oraz wskazywanie ich przykładów w otaczającej rzeczywistości.	Zdający: VI.7) stosuje pierwszą zasadę termodynamiki do analizy przemian gazowych; rozróżnia przemiany: […] izobaryczną, izochoryczną […] gazów; VI.10) analizuje wykresy przemian gazu doskonałego; VI.13) analizuje przepływ energii w postaci ciepła i pracy mechanicznej w silnikach […] cieplnych.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
B

Zadanie 8.2. (0–3)

Wymagania egzaminacyjne 2024	
Wymaganie ogólne	**Wymagania szczegółowe**
V. Budowanie modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk oraz ilustracji praw i zależności fizycznych.	Zdający: VI.7) stosuje pierwszą zasadę termodynamiki do analizy przemian gazowych; rozróżnia przemiany: […] izobaryczną, izochoryczną […] gazów; VI.9.) opisuje związek pomiędzy temperaturą w skali Kelvina a […] energią wewnętrzną gazu doskonałego; VI.11) stosuje równanie gazu doskonałego (równanie Clapeyrona) do wyznaczenia parametrów gazu; VI.12) posługuje się pojęciem ciepła molowego gazu; interpretuje związek między ciepłem molowym przy stałym ciśnieniu a ciepłem molowym w stałej objętości dla gazu doskonałego.

Zasady oceniania
(dla rozwiązania sposobem 1A. lub 1B.)

3 pkt – poprawna metoda wyznaczenia wartości bezwzględnej zmiany energii wewnętrznej **oraz** podanie prawidłowego wyniku:

$|\Delta U_{41}| = 3p_1V_1$

Uwaga! Zdający może otrzymać 3 pkt, gdy obliczy zmianę energii wewnętrznej i pominie wartość bezwzględną, tzn. gdy otrzyma:

$\Delta U_{41} = -3p_1V_1$

2 pkt – zapisanie związku między zmianą energii wewnętrznej gazu w przemianie $G_4 \to G_1$ a przyrostem temperatury w przemianie $G_4 \to G_1$ **oraz** zapisanie/wykorzystanie związku (wynikającego z równania stanu gazu) między przyrostem temperatury a przyrostem objętości w przemianie izobarycznej $G_4 \to G_1$, np. zapisy równoważne poniższym:

$\Delta U_{41} = \frac{3}{2}nR\Delta T_{41}$ oraz $p_1\Delta V_{41} = nR\Delta T_{41}$

albo w jednym równaniu

$\Delta U_{41} = \frac{3}{2}p_1\Delta V_{41}$

LUB

– zapisanie zmiany energii wewnętrznej w przemianie $G_4 \to G_1$ jako różnicy energii wewnętrznych w stanach G_1 i G_4 **oraz** wyrażenie energii wewnętrznej w stanach G_1 i G_4 za pomocą parametrów p_1, p_4 i V_1, V_4 *(wzory mogą być zapisane bezpośrednio lub wyprowadzone z równania stanu i wzoru z temperaturą na energię wewnętrzną)* np. zapisy równoważne poniższym:

$\Delta U_{41} = U_1 - U_4$ oraz $\left(U_1 = \frac{3}{2}p_1V_1 \quad \text{i} \quad U_4 = \frac{3}{2}p_4V_4\right)$

albo w jednym równaniu

$\Delta U_{41} = \frac{3}{2}p_1V_1 - \frac{3}{2}p_4V_4$

1 pkt – zapisanie związku między zmianą energii wewnętrznej gazu w przemianie $G_4 \to G_1$ a przyrostem temperatury w przemianie $G_4 \to G_1$, np. zapisy równoważne poniższym:

$\Delta U_{41} = \frac{3}{2}nR\Delta T_{41}$

LUB

– zapisanie zmiany energii wewnętrznej w przemianie $G_4 \to G_1$ jako różnicy energii wewnętrznych w stanach G_1 i G_4 **oraz** zapisanie/wykorzystanie wzoru (z temperaturą) na energię wewnętrzną dla stanu G_1 lub stanu G_4, np. zapisy równoważne poniższym:

$\Delta U_{41} = U_1 - U_4$ oraz $U_1 = nC_VT_1$ $\quad U_4 = nC_VT_4$

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Zasady oceniania

(dla rozwiązania sposobem 2.)

3 pkt – poprawna metoda wyznaczenia wartości bezwzględnej zmiany energii wewnętrznej **oraz** podanie prawidłowego wyniku:

$|\Delta U_{41}| = 3p_1V_1$

Uwaga! Zdający może otrzymać 3 pkt, gdy pominie wartość bezwzględną i otrzyma:

$\Delta U_{41} = -3p_1V_1$

2 pkt – zapisanie I zasady termodynamiki dla przemiany $G_4 \rightarrow G_1$ z poprawnym uwzględnieniem konwencji znaków (stosowanej konsekwentnie) **oraz** zapisanie związku między ciepłem pobranym w przemianie izobarycznej $G_4 \rightarrow G_1$ a przyrostem temperatury, **oraz** prawidłowe obliczenie pracy siły parcia w przemianie izobarycznej $G_4 \rightarrow G_1$ (bezpośrednio ze wzoru lub metodą pola), np. zapisy równoważne poniższym:

$$\Delta U_{41} = -|Q_{41}| + |W_{41}| \quad \text{oraz} \quad |Q_{41}| = |n\frac{5}{2}R\Delta T_{41}| \quad \text{oraz} \quad |W_{41}| = 2p_1V_1$$

albo w jednym równaniu

$$\Delta U_{41} = -\left|n\frac{5}{2}R\Delta T_{41}\right| + 2p_1V_1$$

LUB

– zapisanie I zasady termodynamiki dla przemiany $G_4 \rightarrow G_1$ z poprawnym uwzględnieniem konwencji znaków (stosowanej konsekwentnie) **oraz** zapisanie związku między ciepłem pobranym w przemianie izobarycznej $G_4 \rightarrow G_1$ a przyrostem temperatury, **oraz** prawidłowe zapisanie/wykorzystanie związku (wynikającego z równania stanu gazu) między przyrostem temperatury a przyrostem objętości w przemianie izobarycznej $G_4 \rightarrow G_1$, np. zapisy równoważne poniższym:

$$\Delta U_{41} = -|Q_{41}| + |W_{41}| \quad \text{oraz} \quad |Q_{41}| = |n\frac{5}{2}R\Delta T_{41}| \quad \text{oraz} \quad p_1 2V_1 = nR\Delta T_{41}$$

albo w jednym równaniu

$$\Delta U_{41} = -|5p_1V_1| + |W_{41}|$$

LUB

– zapisanie I zasady termodynamiki dla przemiany $G_4 \rightarrow G_1$ (tu nie wymagamy poprawnej konwencji znaków) **oraz** zapisanie związku między ciepłem pobranym w przemianie izobarycznej $G_4 \rightarrow G_1$ a przyrostem temperatury, **oraz** prawidłowe zapisanie/wykorzystanie związku (wynikającego z równania stanu gazu) między przyrostem temperatury a przyrostem objętości w przemianie izobarycznej $G_4 \rightarrow G_1$, **oraz** prawidłowe obliczenie pracy siły parcia w przemianie izobarycznej $G_4 \rightarrow G_1$, (bezpośrednio ze wzoru lub metodą pola), np. zapisy równoważne poniższym:

$$\Delta U_{41} = Q_{41} + W_{41} \quad \text{oraz} \quad Q_{41} = n\frac{5}{2}R\Delta T_{41} \quad \text{oraz}$$

$$p_1 2V_1 = nR\Delta T_{41} \quad \text{oraz} \quad |W_{41}| = p_1|\Delta V_{41}| = 2p_1V_1$$

1 pkt – zapisanie I zasady termodynamiki dla przemiany $G_4 \rightarrow G_1$ **oraz** zapisanie związku między ciepłem pobranym w przemianie izobarycznej $G_4 \rightarrow G_1$ a przyrostem temperatury, np. zapisy (lub zapisy równoważne):

$$\Delta U_{41} = Q_{41} + W_{41} \quad \text{oraz} \quad Q_{41} = n\frac{5}{2}R\Delta T_{41}$$

LUB

– zapisanie I zasady termodynamiki dla przemiany $G_4 \rightarrow G_1$ **oraz** prawidłowe obliczenie pracy siły parcia w przemianie izobarycznej $G_4 \rightarrow G_1$ (bezpośrednio ze wzoru lub metodą pola), np. zapisy (lub zapisy równoważne):

$\Delta U_{41} = Q_{41} + W_{41}$ oraz $|W_{41}| = p_1|\Delta V_{41}| = 2p_1V_1$

albo

$\Delta U_{41} = Q_{41} + W_{41}$ oraz $|W_{41}| = \text{pole pod } G_1 \rightarrow G_4 = 2p_1V_1$

Uwaga! W kryterium za 1 pkt nie wymagamy poprawnego uwzględnienia konwencji znaków w I zasadzie termodynamiki.

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązania

Sposób 1A. (z zastosowaniem wzoru na energię wewnętrzną i równania stanu)

Wyrazimy wzór na energię wewnętrzną poprzez parametry stanu p, i V. W tym celu wykorzystamy wzór z temperaturą na energię wewnętrzną i równanie stanu gazu doskonałego z zadanym C_V:

$$1)\ \left(U = n\frac{3}{2}RT \quad \text{oraz} \quad pV = nRT\right) \quad \rightarrow \quad 2)\ U = \frac{3}{2}pV$$

Zapiszemy wartość bezwzględną zmiany energii wewnętrznej w przemianie $G_4 \rightarrow G_1$:

$$3)\ |\Delta U_{41}| = |U_1 - U_4|$$

Różnicę energii wewnętrznych wyrazimy za pomocą wzoru 2):

$$4)\ |\Delta U_{41}| = \left|\frac{3}{2}p_1V_1 - \frac{3}{2}p_4V_4\right| \quad \text{zatem}$$

$$5)\ |\Delta U_{41}| = \left|\frac{3}{2}p_1V_1 - \frac{3}{2}p_1 3V_1\right| = |-3p_1V_1| = 3p_1V_1$$

Sposób 1B. (z zastosowaniem wzoru na energię wewnętrzną i równania stanu)

Wykorzystamy związek między temperaturą (w tym przypadku przyrostem temperatury) a energią wewnętrzną (w tym przypadku przyrostem energii wewnętrznej) gazu doskonałego jednoatomowego:

$$1)\ |\Delta U_{41}| = \left|\frac{3}{2}nR\Delta T_{41}\right|$$

Zapiszemy związek – wynikający z równania stanu gazu doskonałego – między przyrostem temperatury ΔT a przyrostem objętości ΔV w przemianie izobarycznej:

$$2)\ pV = nRT \quad \xrightarrow{p=\text{const}} \quad 3)\ p\Delta V = nR\Delta T$$

Związek wyrażony równaniem 3) wykorzystamy we wzorze 1). Uwzględnimy przy tym, że $p = p_1$ oraz $\Delta V = \Delta V_{41} = V_1 - V_4$:

$$3)\ |\Delta U_{41}| = \left|\frac{3}{2}p_1\Delta V_{41}\right| = \left|\frac{3}{2}p_1(V_1 - 3V_1)\right| = \left|\frac{3}{2}p_1(-2V_1)\right| = 3p_1V_1$$

Sposób 2. (z zastosowaniem I zasady termodynamiki)
Zapiszemy I zasadę dynamiki dla przemiany $G_4 \rightarrow G_1$. Przyjmiemy konwencję, zgodnie z którą stratę energii przez układ w postaci ciepła lub pracy oznaczamy znakiem minus, a wzrost energii w postaci ciepła lub pracy oznaczamy znakiem plus. W przemianie $G_4 \rightarrow G_1$ gaz oddaje ciepło (–), a praca jest wykonana nad gazem (+), zatem:

$$1)\quad \Delta U_{41} = -|Q_{41}| + |W_{41}|$$

Do wyznaczenia $|Q_{41}|$ zastosujemy wzór na ciepło w przemianie izobarycznej (gazu jednoatomowego) i związek (wynikający z równania stanu gazu) między przyrostem temperatury a przyrostem objętości w przemianie izobarycznej:

$$2)\quad |Q_{41}| = |n\frac{5}{2}R\Delta T_{41}| \qquad \text{oraz} \qquad nR\Delta T_{41} = p_1\Delta V_{41}$$

Z obu powyższych równań wynika, że:

$$3)\quad |Q_{41}| = \left|\frac{5}{2}p_1\Delta V_{41}\right| = \left|\frac{5}{2}p_1(V_1 - 3V_1)\right| = \left|\frac{5}{2}p_1(-2V_1)\right| = 5p_1V_1$$

Do wyznaczenia $|W_{41}|$ zastosujemy związek między pracą a polem pod wykresem zależności $p(V)$ (albo zastosujemy bezpośrednio wzór na pracę siły parcia):

$$4)\quad |W_{41}| = \text{pole pod } G_1 \rightarrow G_4 = 2p_1V_1$$

Wyrażenia końcowe w równaniach 3) i 4) podstawimy do wzoru 1):

$$5)\quad \Delta U_{41} = -5p_1V_1 + 2p_1V_1 = -3p_1V_1 \qquad \text{zatem} \qquad |\Delta U_{41}| = 3p_1V_1$$

Zadanie 9.1. (0–2)

Wymagania egzaminacyjne 2024	
Wymagania ogólne	**Wymagania szczegółowe**
III. Planowanie i przeprowadzanie obserwacji oraz doświadczeń i wnioskowanie na podstawie ich wyników. I. Wykorzystanie pojęć i wielkości fizycznych do opisu zjawisk oraz wskazywanie ich przykładów w otaczającej rzeczywistości.	Zdający: I.7) wyodrębnia z tekstów, […] rysunków schematycznych lub blokowych informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska bądź problemu; przedstawia te informacje w różnych postaciach. IX.7) (SP) opisuje bieg promieni równoległych do osi optycznej przechodzących przez soczewkę skupiającą i rozpraszającą, posługując się pojęciami ogniska i ogniskowej. X.15) rysuje konstrukcyjnie obrazy wytworzone przez soczewki […].

Zasady oceniania

2 pkt – poprawna metoda obliczenia szerokości wiązki **oraz** podanie prawidłowego wyniku liczbowego z jednostką: $d_2 = 6\ \mathrm{mm}$

1 pkt – (dla sposobu 1. rozwiązania) zapisanie proporcji wynikającej z podobieństwa trójkątów **oraz** zidentyfikowanie wysokości tych trójkątów jako ogniskowych obu soczewek, np. zapisy równoważne poniższym:

$$\frac{f_1}{d_1} = \frac{f_2}{d_2}$$

LUB

– (dla sposobu 2A. rozwiązania) zapisanie proporcji wynikającej z powiększenia obrazu przedmiotu P **oraz** zapisanie równania soczewki S1, dla pewnego przedmiotu P przed S1, którego obraz wypada na soczewce S2, **oraz** identyfikacja odległości obrazu P' od S1 jako sumy ogniskowych obu soczewek, np. zapisy równoważne poniższym:

$$\frac{y}{x} = \frac{d_2}{d_1} \qquad \text{oraz} \qquad \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{f_1} \qquad \text{oraz} \qquad y = f_1 + f_2 = 55\ \mathrm{cm}$$

LUB

– (dla sposobu 2B. rozwiązania) zapisanie proporcji wynikającej z powiększenia obrazu przedmiotu P **oraz** zapisanie równania soczewki S2, dla pewnego przedmiotu P leżącego na S1, którego obraz P' wytwarza soczewka S2, **oraz** identyfikacja odległości przedmiotu P od S2 jako sumy ogniskowych obu soczewek, np. zapisy równoważne poniższym:

$$\frac{y}{x} = \frac{d_2}{d_1} \qquad \text{oraz} \qquad \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{f_2} \qquad \text{oraz} \qquad x = f_1 + f_2 = 55\ \mathrm{cm}$$

LUB

– (dla sposobu 3. rozwiązania) zapisanie równania soczewki S1 dla pewnego ustalonego powiększenia k **oraz** zapisanie równania soczewki S2 dla tego samego powiększenia k, **oraz** zapisanie/skorzystanie z proporcji między odległościami przedmiotów od soczewek i szerokościami wiązek:

$$\frac{1}{x_1} + \frac{1}{kx_1} = \frac{1}{f_1} \qquad \text{oraz} \qquad \frac{1}{x_2} + \frac{1}{kx_2} = \frac{1}{f_2} \qquad \text{oraz} \qquad \frac{x_2}{x_1} = \frac{d_2}{d_1}$$

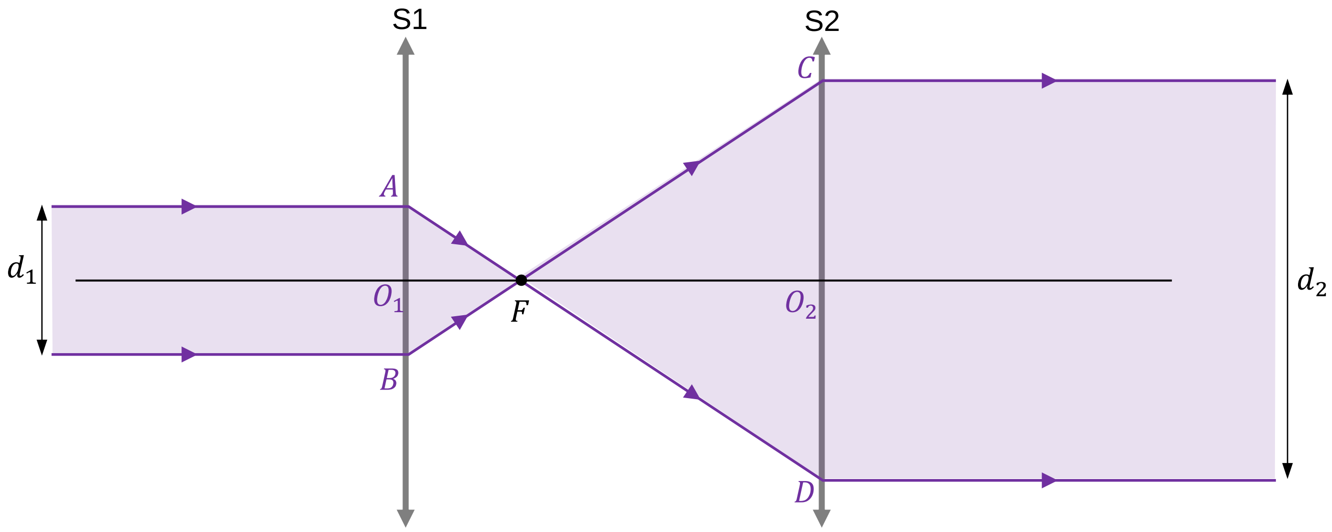
0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Uwagi dodatkowe

1. Jeśli zdający wyznaczy za pomocą pomiaru linijką proporcję szerokości wiązek i zastosuje ją do wyznaczenia d_2, to może otrzymać 2 pkt tylko wtedy, gdy wykaże, że zmierzona proporcja jest taka jak proporcja podanych w zadaniu ogniskowych.
2. Jeśli zdający wyznaczy za pomocą pomiaru linijką proporcję szerokości wiązek i zastosuje ją do wyznaczenia d_2 i nie wykaże, że zmierzona proporcja jest taka jak proporcja podanych w zadaniu ogniskowych, to może otrzymać co najwyżej 1 pkt.

Przykładowe pełne rozwiązanie

Sposób 1. (z wykorzystaniem podobieństwa trójkątów)
Wprowadzimy oznaczenia dla niektórych punktów na rysunku.
Punkty przecięcia promieni z soczewkami oraz osi optycznej z soczewkami oznaczymy jako A, B, C, D oraz O_1 i O_2.



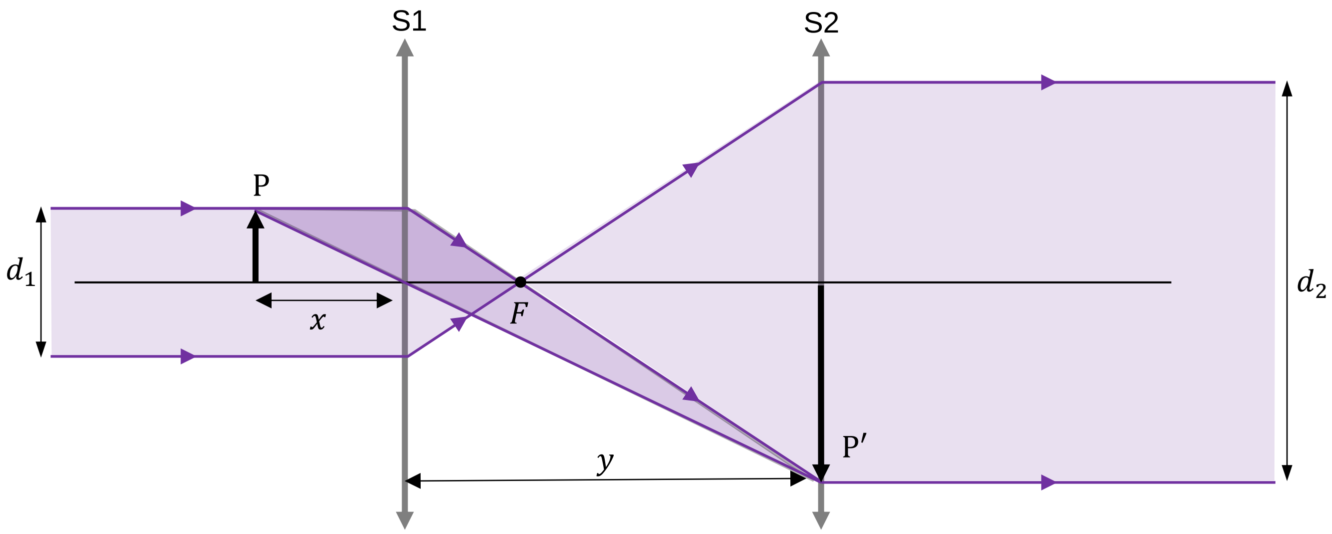
Trójkąty BFA i CFD są podobne, zatem:

$$\frac{|O_1F|}{|AB|} = \frac{|O_2F|}{|CD|} \quad \rightarrow \quad \frac{f_1}{d_1} = \frac{f_2}{d_2}$$

$$d_2 = d_1\frac{f_2}{f_1} \quad \rightarrow \quad d_2 = 2{,}25\ \mathrm{mm} \cdot \frac{40\ \mathrm{cm}}{15\ \mathrm{cm}} = 6\ \mathrm{mm}$$

Sposób 2A. (z wykorzystaniem obrazu przedmiotu)

Rozważamy obraz P’ przedmiotu P – jak na poniższym rysunku.



Zapiszemy równanie soczewki S1 dla pewnego przedmiotu P i jego obrazu P'. Zakładamy, że P' powstaje na soczewce S2. Zatem (zobacz rysunek powyżej):

$$\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{1}{f_1} \qquad \text{gdzie} \qquad y=f_1+f_2=55\text{ cm}$$

$$\frac{1}{x}+\frac{1}{55\text{ cm}}=\frac{1}{15\text{ cm}} \qquad \rightarrow \qquad x=\frac{165}{8}\text{ cm}$$

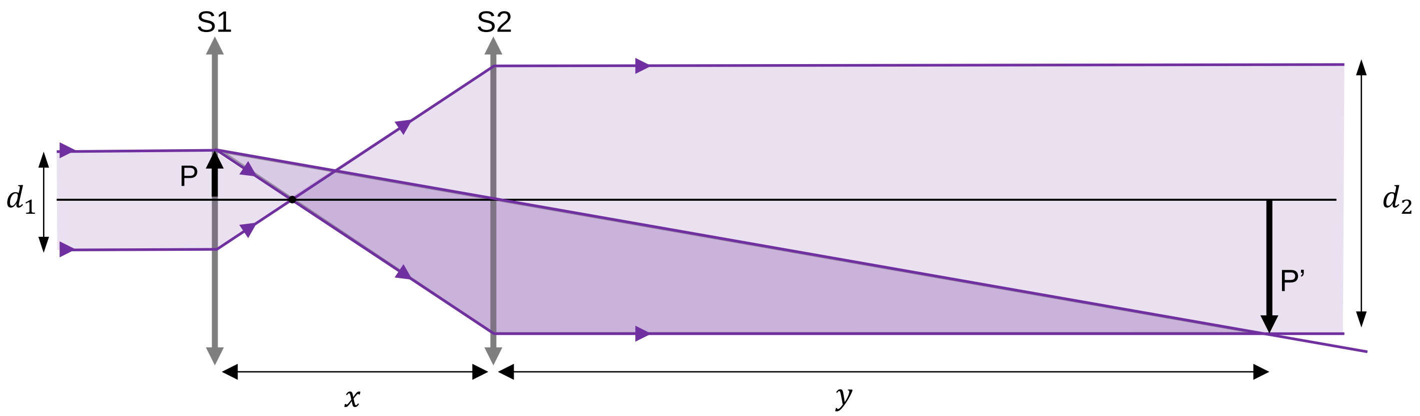
Korzystamy ze związków wynikających z powiększenia obrazu:

$$\frac{y}{x}=\frac{h'_P}{h_P} \rightarrow \frac{y}{x}=\frac{\left(\frac{d_2}{2}\right)}{\left(\frac{d_1}{2}\right)} \rightarrow \frac{55\text{ cm}}{\frac{165}{8}\text{ cm}}=\frac{d_2}{\frac{9}{4}\text{ mm}} \rightarrow$$

$$d_2=\frac{9}{4}\cdot\frac{55}{\frac{165}{8}}=6\text{ mm}$$

Sposób 2B. (z wykorzystaniem obrazu przedmiotu)

Rozważamy obraz P' przedmiotu P – jak na poniższym rysunku.



Zapiszemy równanie soczewki S2 dla pewnego przedmiotu P i jego obrazu P' (wytwarzanego przez S2). Zakładamy, że P jest na soczewce S1. Zatem (zobacz rysunek powyżej):

$$\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{1}{f_2} \qquad \text{gdzie} \qquad x=f_1+f_2=55\text{ cm}$$

$$\frac{1}{55\text{ cm}}+\frac{1}{y}=\frac{1}{40\text{ cm}} \qquad \rightarrow \qquad y=\frac{440}{3}\text{ cm}$$

Korzystamy ze związków wynikających z powiększenia obrazu:

$$\frac{y}{x}=\frac{h'_P}{h_P} \rightarrow \frac{y}{x}=\frac{\left(\frac{d_2}{2}\right)}{\left(\frac{d_1}{2}\right)} \rightarrow \frac{\frac{440}{3}\text{ cm}}{55\text{ cm}}=\frac{d_2}{\frac{9}{4}\text{ mm}} \rightarrow d_2=\frac{9}{4}\cdot\frac{\frac{440}{3}}{55}=6\text{ mm}$$

Sposób 3. (z dwukrotnym wykorzystaniem równania soczewki)

Rozważmy równanie soczewki S1, dla pewnego dowolnie zadanego powiększenia k:

$$1)\quad \frac{1}{x_1}+\frac{1}{kx_1}=\frac{1}{f_1} \qquad \text{oraz} \qquad x_1>f_1$$

Z tego równania wyznaczymy x_1:

$$2)\quad x_1=\frac{(k+1)}{k}f_1=\frac{(k+1)}{k}\cdot 15\ \text{cm}$$

Rozważmy równanie soczewki S2, dla tego samego powiększenia k, jak powyżej:

$$3)\quad \frac{1}{x_2}+\frac{1}{kx_2}=\frac{1}{f_2} \qquad \text{oraz} \qquad x_2>f_2$$

Z tego równania wyznaczymy x_2:

$$4)\quad x_2=\frac{(k+1)}{k}f_2=\frac{(k+1)}{k}\cdot 40\ \text{cm}$$

Postulujemy proporcję:

$$5)\quad \frac{x_2}{x_1}=\frac{d_2}{d_1}$$

(co w istocie jest prawdą, gdyż $\frac{x_2}{x_1}=\frac{f_2}{f_1}$ oraz $\frac{d_2}{d_1}=\frac{f_2}{f_1}$).

Zatem:

$$6)\quad \frac{\frac{(k+1)}{k}\cdot 40\ \text{cm}}{\frac{(k+1)}{k}\cdot 15\ \text{cm}}=\frac{d_2}{2{,}25\ \text{mm}} \quad\rightarrow\quad \frac{40\ \text{cm}}{15\ \text{cm}}=\frac{d_2}{2{,}25\ \text{mm}} \quad\rightarrow\quad d_2=6\ \text{mm}$$

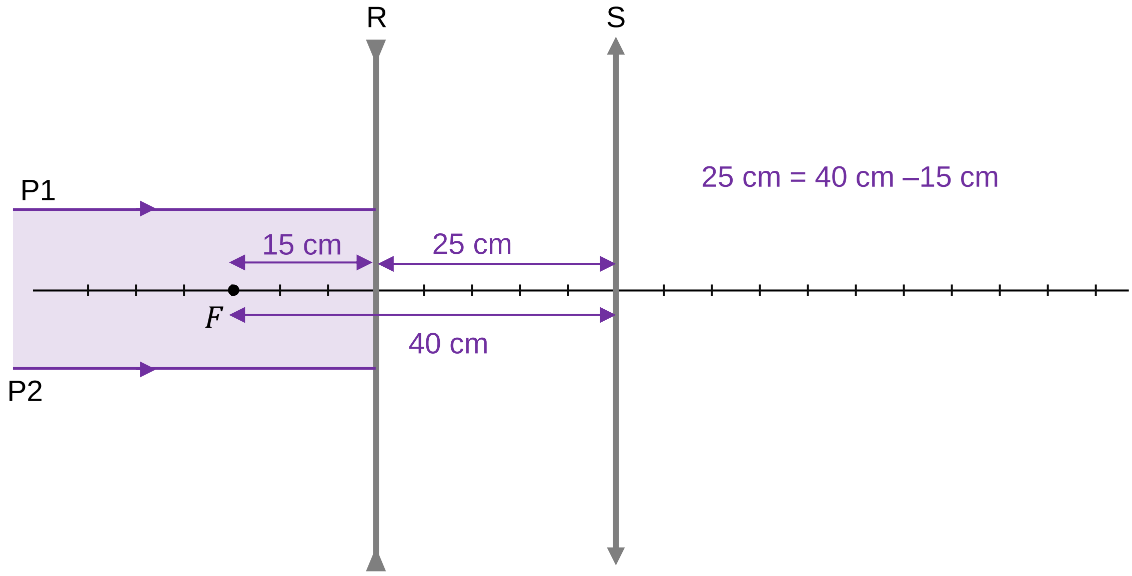
Zadanie 9.2. (0–2)

Wymagania egzaminacyjne 2024	
Wymagania ogólne	**Wymagania szczegółowe**
III. Planowanie i przeprowadzanie obserwacji oraz doświadczeń i wnioskowanie na podstawie ich wyników. V. Budowanie modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk oraz ilustracji praw i zależności fizycznych.	Zdający: I.6) tworzy […] rysunki schematyczne […] dla zilustrowania zjawisk bądź problemu […]. IX.7) (SP) opisuje bieg promieni równoległych do osi optycznej przechodzących przez soczewkę skupiającą i rozpraszającą, posługując się pojęciami ogniska i ogniskowej. X.15) rysuje konstrukcyjnie obrazy wytworzone przez soczewki […].

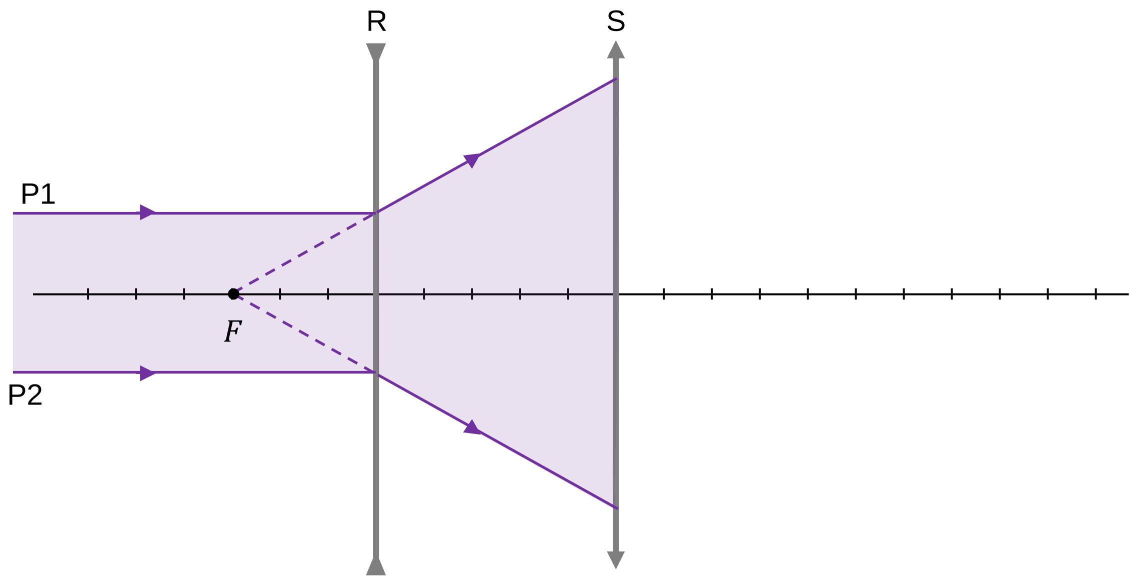
Zasady oceniania

2 pkt – narysowanie soczewki S w prawidłowym miejscu na osi optycznej **oraz** prawidłowe narysowanie dalszego biegu promieni P1 i P2 od soczewki R do S i po przejściu przez soczewkę S.

1 pkt – poprawne wyznaczenie (zapisami na rysunku lub obliczeniami lub konstrukcyjnie) położenia soczewki S, np. rozwiązania równoważne poniższym:



albo



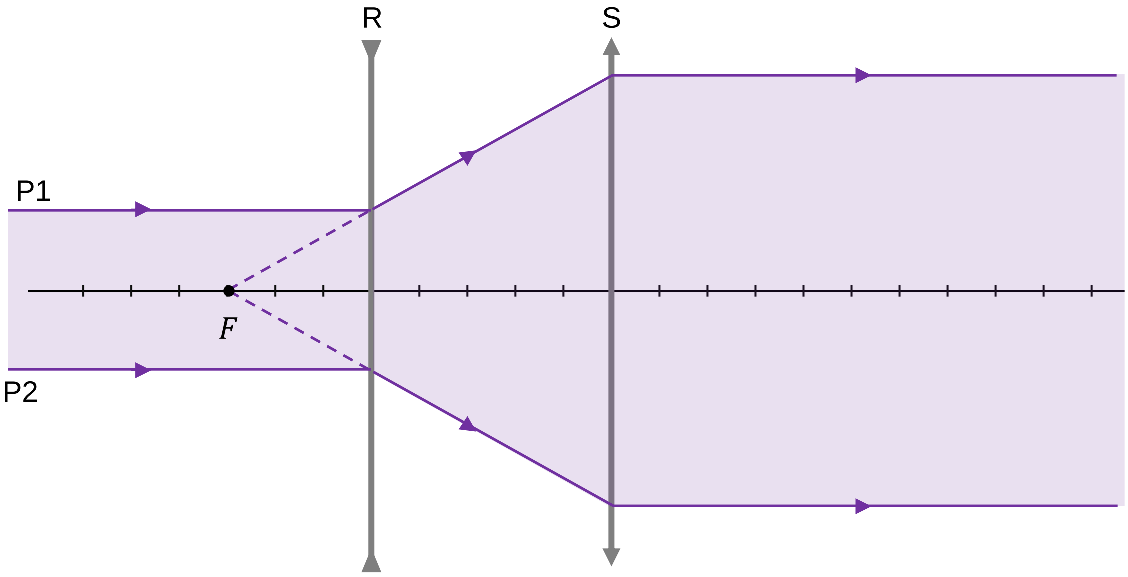
LUB

– narysowanie biegu promieni przez układ soczewek w następujący sposób: od R do S – zgodnie z położeniem ogniska soczewki R **oraz** poza soczewką S – równolegle do osi optycznej.

Uwaga! W tym kryterium za 1 pkt nie wymaga się poprawnego wyznaczenia położenia soczewki S.

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązanie



Zadanie 10.1. (0–1)

Wymagania egzaminacyjne 2024	
Wymagania ogólne	**Wymaganie szczegółowe**
I. Wykorzystanie pojęć i wielkości fizycznych do opisu zjawisk oraz wskazywanie ich przykładów w otaczającej rzeczywistości. II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.	Zdający: XII.2) posługuje się związkiem między energią całkowitą, masą cząstki i jej prędkością; posługuje się pojęciem energii spoczynkowej.

Zasady oceniania

1 pkt – poprawne dokończenie zdania: wpisanie prawidłowej wartości 1,34 ilorazu energii $\frac{E_B}{E_0}$ rozpędzonego elektronu (uznaje się także wartości zaokrąglone do dwóch cyfr znaczących).

0 pkt – rozwiązanie niepoprawne albo brak rozwiązania.

Rozwiązanie

Iloraz energii $\frac{E_B}{E_0}$ rozpędzonego elektronu jest równy (w zaokrągleniu) ...1,34... .

Zadanie 10.2. (0–3)

Wymagania egzaminacyjne 2024	
Wymagania ogólne	**Wymagania szczegółowe**
II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych. V. Budowanie modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk oraz ilustracji praw i zależności fizycznych.	Zdający: I.20) posługuje się pojęciami pracy mechanicznej, mocy, energii kinetycznej, energii potencjalnej wraz z ich jednostkami; stosuje zasadę zachowania energii mechanicznej do obliczeń. VII.6) analizuje pracę jako zmianę energii potencjalnej podczas przemieszczenia ładunku w polu elektrycznym. XII.2) posługuje się związkiem między energią całkowitą, masą cząstki i jej prędkością; posługuje się pojęciem energii spoczynkowej; XII.3) opisuje równoważność masy i energii spoczynkowej.

Zasady oceniania

3 pkt – poprawna metoda obliczenia napięcia **oraz** podanie prawidłowego wyniku liczbowego z jednostką mieszczącego się w zakresie od $1{,}70 \cdot 10^5$ V do $1{,}80 \cdot 10^5$ V.

2 pkt – zapisanie/wykorzystanie związku wynikającego z twierdzenia o pracy siły wypadkowej (tutaj – pracy siły elektrycznej) i zmianie energii kinetycznej, **oraz** zapisanie/wykorzystanie relatywistycznego wyrażenia na energię kinetyczną (albo związku między energią całkowitą a kinetyczną i spoczynkową oraz związku między energią całkowitą a prędkością), np. zapisy równoważne poniższym:

$$qU_{AB} = \frac{E_0}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}} - E_0$$

1 pkt – zapisanie związku wynikającego z twierdzenia o pracy siły wypadkowej (tutaj – pracy siły elektrycznej) i zmianie energii kinetycznej, np. zapisy równoważne poniższym:

$qU_{AB} = \Delta E_{kinB}$ albo $qU_{AB} = E_{kinB} - 0$ albo $qU_{AB} = E_{kinA}$

LUB

– zapisanie relatywistycznego wyrażenia na energię kinetyczną z prędkością (albo związku między energią całkowitą a kinetyczną i spoczynkową oraz związku między energią całkowitą a prędkością), np. zapisy równoważne poniższym:

$$E_{kinB} = \frac{E_0}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}} - E_0$$

albo

$$E_B = E_{kinB} + E_0 \qquad \text{oraz} \qquad E_B = \frac{E_0}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}}$$

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Uwagi dodatkowe

1. Jeżeli zdający korzysta z nierelatywistycznego wzoru na energię kinetyczną, to może otrzymać co najwyżej 1 pkt, na mocy kryterium opisanego w pierwszym myślniku za 1 pkt.
2. Jeżeli zdający przepisuje z zadania 10.1. wartość energii całkowitej, która wynika z relatywistycznego wzoru i błędu rachunkowego, **oraz** doprowadza konsekwentnie (zgodnie z przepisaną błędną wartością) rozwiązanie do końca, to otrzymuje 3 pkt.

Dodatek

Wartości wynikające ze wzorów relatywistycznych:

$$E_B = \frac{E_0}{\sqrt{1-\left(\frac{2}{3}\right)^2}} = \frac{E_0}{\sqrt{\frac{5}{9}}} \approx 1{,}342E_0 = 1{,}342 \cdot 5{,}11 \cdot 10^5 \text{ eV} \approx 6{,}86 \cdot 10^5 \text{ eV} \approx 11 \cdot 10^{-14} \text{ J}$$

$$E_{kinB} = E_B - E_0 \approx 0{,}342E_0 = 0{,}342 \cdot 5{,}11 \cdot 10^5 \text{ eV} \approx 1{,}75 \cdot 10^5 \text{ eV} \approx 2{,}8 \cdot 10^{-14} \text{ J}$$

Wartości wynikające ze wzorów nierelatywistycznych:

$$E_{kinB} = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}mc^2\frac{v^2}{c^2} = \frac{1}{2}E_0\left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{2}{9}E_0 \approx 0,(2)E_0 \approx 1{,}14 \cdot 10^5 \text{ eV} \approx 1{,}8 \cdot 10^{-14} \text{ J}$$

$$E_B = E_{kinB} + E_0 = \frac{11}{9}E_0 = 1,(2)E_0 \approx 6{,}25 \cdot 10^5 \text{ eV} \approx 10 \cdot 10^{-14} \text{ J}$$

Przykładowe pełne rozwiązanie

Z twierdzenia o pracy siły wypadkowej i zmianie energii kinetycznej wynika, że praca siły pola elektrycznego działającej na elektron jest równa energii kinetycznej, jaką uzyskał elektron rozpędzony od zerowej prędkości:

$$1)\quad qU_{AB} = E_{kinB} - E_{kinA} \quad \rightarrow \quad qU_{AB} = E_{kinB} - 0$$

Zastosujemy wzór relatywistyczny na energię kinetyczną (tzn. skorzystamy z faktu, że energia całkowita jest sumą energii spoczynkowej i energii kinetycznej oraz skorzystamy ze wzoru na energię całkowitą):

$$2)\quad E_{kinB} = E_B - E_0 = \frac{E_0}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}} - E_0$$

Ze wzorów 1) i 2) otrzymujemy:

$$3)\quad qU_{AB} = \frac{E_0}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}} - E_0$$

$$4)\quad qU_{AB} = \frac{E_0}{\sqrt{1-\left(\frac{2\cdot 10^8 \text{ m/s}}{3\cdot 10^8 \text{ m/s}}\right)^2}} - E_0 \quad \rightarrow \quad qU_{AB} \approx 1{,}342E_0 - E_0$$

$$qU_{AB} = 0{,}342E_0 \quad \rightarrow \quad \mathrm{e}\cdot U_{AB} = 0{,}342 \cdot 5{,}11 \cdot 10^5 \text{ eV} \quad \rightarrow$$

$$\mathrm{e}\cdot U_{AB} = 0{,}342 \cdot 5{,}11 \cdot 10^5 \cdot \mathrm{e}\,\mathrm{V} \quad \rightarrow$$

$$U_{AB} = 0{,}342 \cdot 5{,}11 \cdot 10^5 \text{ V} \approx 1{,}75 \cdot 10^5 \text{ V}$$

Zadanie 11.1. (0–1)

Wymagania egzaminacyjne 2024	
Wymagania ogólne	**Wymagania szczegółowe**
III. Planowanie i przeprowadzanie obserwacji oraz doświadczeń i wnioskowanie na podstawie ich wyników. I. Wykorzystanie pojęć i wielkości fizycznych do opisu zjawisk oraz wskazywanie ich przykładów w otaczającej rzeczywistości.	Zdający: I.7) wyodrębnia z […] wykresów […] informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska bądź problemu; przedstawia te informacje w różnych postaciach. XII.12) opisuje rozpad izotopu promieniotwórczego; posługuje się pojęciem czasu połowicznego rozpadu.

Zasady oceniania

1 pkt – poprawne dokończenie zdania: wpisanie prawidłowego czasu połowicznego rozpadu fluoru.

0 pkt – rozwiązanie niepoprawne albo brak rozwiązania.

Rozwiązanie

Czas połowicznego rozpadu jądra fluoru $^{18}_{9}\mathrm{F}$ wynosi ....110.... minut.

Zadanie 11.2. (0–2)

Wymagania egzaminacyjne 2024	
Wymagania ogólne	**Wymagania szczegółowe**
IV. Posługiwanie się informacjami pochodzącymi z analizy materiałów źródłowych, w tym tekstów popularnonaukowych. I. Wykorzystanie pojęć i wielkości fizycznych do opisu zjawisk oraz wskazywanie ich przykładów w otaczającej rzeczywistości.	Zdający: I.2) posługuje się […] tablicami fizycznymi i chemicznymi oraz kartą wybranych wzorów i stałych fizykochemicznych. XII.5) posługuje się pojęciami pierwiastek, jądro atomowe, izotop, proton, neutron, elektron; opisuje skład jądra atomowego na podstawie liczb masowej i atomowej; XII.6) zapisuje reakcje jądrowe stosując zasadę zachowania liczby nukleonów i zasadę zachowania ładunku; XII.9) […] opisuje rozpady alfa, beta (β^+, β^-).

Zasady oceniania

2 pkt – poprawne uzupełnienie schematu równania rozpadu beta plus jądra fluoru ${}^{18}_{9}\mathrm{F}$, tzn. wpisanie właściwych liczb atomowej i masowej **oraz** zapisanie symbolu lub nazwy pierwiastka, którego jądro powstaje:
${}^{18}_{8}\mathrm{O}$ albo O albo tlen

1 pkt – poprawne uzupełnienie schematu równania rozpadu beta plus jądra fluoru ${}^{18}_{9}\mathrm{F}$, tzn. wpisanie właściwych liczb atomowej i masowej powstałego jądra
LUB
– poprawne zapisanie symbolu lub nazwy jądra pierwiastka X (tlen).

0 pkt – rozwiązanie niepoprawne lub niepełne albo brak rozwiązania.

Uwaga dodatkowa

Jeżeli zdający błędnie określi liczbę atomową jądra X **oraz** poprawnie określi liczbę masową jądra X, **oraz** zgodnie ze swoją liczbą atomową zapisze nazwę pierwiastka, to otrzymuje **1 pkt**.

Pełne rozwiązanie

$$ {}^{18}_{9}\mathrm{F} \quad \rightarrow \quad {}^{18}_{8}\mathrm{X} \quad + \quad \beta^{+} $$

gdzie X oznacza jądro pierwiastka ${}^{18}_{8}\mathrm{O}$ lub O lub tlen

Zadanie 11.3. (0–3)

Wymagania egzaminacyjne 2024	
Wymagania ogólne	**Wymagania szczegółowe**
V. Budowanie modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk oraz ilustracji praw i zależności fizycznych. II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.	Zdający: I.2) posługuje się […] tablicami fizycznymi i chemicznymi oraz kartą wybranych wzorów i stałych fizykochemicznych. XII.3) opisuje równoważność masy i energii spoczynkowej; XII.7) stosuje zasadę zachowania energii do opisu reakcji jądrowych […]; XII.8) oblicza dla dowolnego izotopu energię spoczynkową […].

Zasady oceniania

3 pkt – poprawna metoda obliczenia łącznej energii kinetycznej produktów rozpadu beta plus jądra fluoru ${}^{18}_{9}\mathrm{F}$ **oraz** podanie prawidłowego wyniku liczbowego wyrażonego w MeV i zaokrąglonego do dwóch cyfr znaczących: $E_{kin} \approx 0{,}63\ \mathrm{MeV}$

2 pkt – poprawne zapisanie równania wynikającego z zasady zachowania energii dla rozpadu z uwzględnieniem energii spoczynkowej jądra fluoru ${}^{18}_{9}\mathrm{F}$, energii spoczynkowej i kinetycznej produktów: jądra X i cząstki β^{+} **oraz** zastosowanie wzoru Einsteina na energie spoczynkowe (z uwzględnieniem <u>każdej masy</u>), np. zapisy równoważne poniższym:

$$m_{\mathrm{F}}c^2 = m_{\mathrm{X}}c^2 + m_{\beta}c^2 + E_{kin}$$

1 pkt – zapisanie równania wynikającego z zasady zachowania energii dla rozpadu beta plus z uwzględnieniem (wystarczy poprzez oznaczenie) energii spoczynkowej substratów (jądra fluoru ${}^{18}_{9}\mathrm{F}$), energii kinetycznej i energii spoczynkowej produktów rozpadu, np. zapisy równoważne poniższym:

$E_{kin\,przed} + E_{0\,przed} = E_{kin\,po} + E_{0\,po}$ oraz $E_{kin\,przed} = 0$

albo

$E_{0\,przed} = E_{kin\,po} + E_{0\,po}$

albo

$E_{0\,\mathrm{F}} = E_{0\,\mathrm{X}} + E_{0\,\beta} + E_{kin}$

albo

$E_{0\,\mathrm{F}} + E_{kin\,\mathrm{F}} = E_{0\,\mathrm{X}} + E_{0\,\beta} + E_{0\,\nu} + E_{kin\,\mathrm{X},\beta,\nu}$ oraz $E_{kin\,\mathrm{F}} = 0$ oraz $E_{0\,\nu} \approx 0$

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązanie

Zastosujemy zasadę zachowania energii. Energia całkowita układu przed rozpadem jest równa energii całkowitej układu po rozpadzie:

$$E_{kin\,przed} + E_{0\,przed} = E_{kin\,po} + E_{0\,po}$$

Uwzględnimy fakt, że energia całkowita jest sumą energii kinetycznych oraz energii spoczynkowych wszystkich jąder i cząstek:

$$E_{0\,\mathrm{F}} + E_{kin\,\mathrm{F}} = E_{0\,\mathrm{X}} + E_{0\,\beta} + E_{0\,\nu} + E_{kin\,\mathrm{X},\beta,\nu}$$

Wykorzystamy dalej związek między masą a energią spoczynkową (wzór Einsteina) i uwzględnimy założenia zadania (jądro fluoru spoczywa, tzn. $E_{kin\,\mathrm{F}} = 0$, masę neutrina pomijamy, tzn. $E_{0\,\nu} \approx 0$):

$$m_{\mathrm{F}}c^2 = m_{\mathrm{X}}c^2 + m_{\beta}c^2 + E_{kin\,\mathrm{X},\beta,\nu} \quad \rightarrow$$

$$E_{kin\,\mathrm{X},\beta,\nu} = (m_{\mathrm{F}} - m_{\mathrm{X}} - m_{\beta})c^2 \quad \rightarrow$$

$$E_{kin\,\mathrm{X},\beta,\nu} = (17{,}99600\ \mathrm{u} - 17{,}99477\ \mathrm{u} - 0{,}00055\ \mathrm{u}) \cdot c^2 \quad \rightarrow$$

$$E_{kin\,\mathrm{X},\beta,\nu} = 0{,}00068 \cdot \mathrm{u} \cdot c^2 = 0{,}00068 \cdot 931{,}5\ \mathrm{MeV} \approx 0{,}63\ \mathrm{MeV}$$